

Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской области
общеобразовательная школа-интернат среднего общего образования №5 с углубленным изучением
отдельных предметов
«Образовательный центр «Лидер» города Кинель
городского округа Кинель Самарской области

Исследовательская работа на тему:

«Лабиринты. Поиск выхода.»

Выполнила: ученица 7 «В» класса
Грищенко Екатерина.

Руководитель: учитель математики
Мартынова Любовь Викторовна

2017 год.

Содержание:

1. Введение.
2. Что такое лабиринт?
3. Виды лабиринтов.
4. Способы выхода из лабиринтов.
 - 4.1 Теорема Тремо.
 - 4.2 Правило правой и левой руки.
5. Задачи про лабиринты.
6. Заключение.
7. Список используемой литературы.
8. Приложение.

Цель:

Изучить историю возникновения лабиринтов и методы решения задач о лабиринтах.

Задачи:

- 1) Провести отбор материала, связанного с лабиринтами.
- 2) Выявление различных методов нахождения выходов из лабиринтов и применение их к решению задач.
- 3) Нахождение связи лабиринтов с нашей жизнью.

Гипотеза.

Идя по жизни, мы понятия не имеем, где окажемся завтра. Мы стремимся к цели, но не знаем, как ее достичь. Плутаем, рискуя оказаться в тупике. Ломаем голову: какую дорогу выбрать? Символ нашей жизни - лабиринт. История лабиринтов длинна, сложна и запутанна. Как и жизнь человека.

Сократ.

1.Введение.

В прошлом учебном году моя исследовательская работа называлась «Теория графов», в котором рассматривались задачи, связанные с лабиринтами. В этом году я решил более подробно изучить историю возникновения лабиринтов, методы решения задач о лабиринтах и связь лабиринтов с нашей жизнью.

Наверняка, многие из нас встречали в каких - либо журналах или газетах такое занимательное развлечение, как лабиринты. Но не все знают - что такое «лабиринты» и откуда они появились. Хотя с лабиринтами встречаемся довольно часто: в рисунках ребенка, чертежах конструкторов, схемах работы городского транспорта можно заметить тот или иной вариант лабиринта. Так что же это такое «лабиринт»?

2. Что такое лабиринт?

Слово «Лабиринт» произошло от греческого и означает ходы в подземельях.

Другой источник утверждает: «Лабиринт - храм Зевса Лабрандского на Крите, т.е. Labrynthios, поскольку основным символом и атрибутом этого Зевса является топор (по греч. - labrys). Среди рисунков во многих помещениях дворца часто встречаются изображения двустороннего топорика. Это символический знак, связанный с религиозным культом критских жителей. Такие же топорики были найдены среди сталактитов и сталагмитов в одной из пещер, где, по преданию, родился Зевс. Двойная секира с острием по-гречески называется "лабрис". Ученые предполагают, что именно отсюда происходит слово "лабиринт", которым первоначально называли "дом двойного топора" - дворец царя Миноса.»

Действительно, существует очень много природных подземных пещер с таким огромным количеством перекрещивающихся коридоров, закоулков и тупиков, что нетрудно в них заблудиться и потеряться.

Примеры такого же рода, но уже искусственных лабиринтов, могут представить шахты иных рудников, или так называемые «катакомбы».

В конце концов, словом «лабиринт» чаще всего обозначали именно искусственное сооружение, составленное из большого числа аллей или галерей, бесчисленные разветвления, перекрестки и тупики, которые заставляли попавшего туда бесконечно блуждать в тщетных поисках выхода. Об устройстве таких лабиринтов слагались целые легенды.

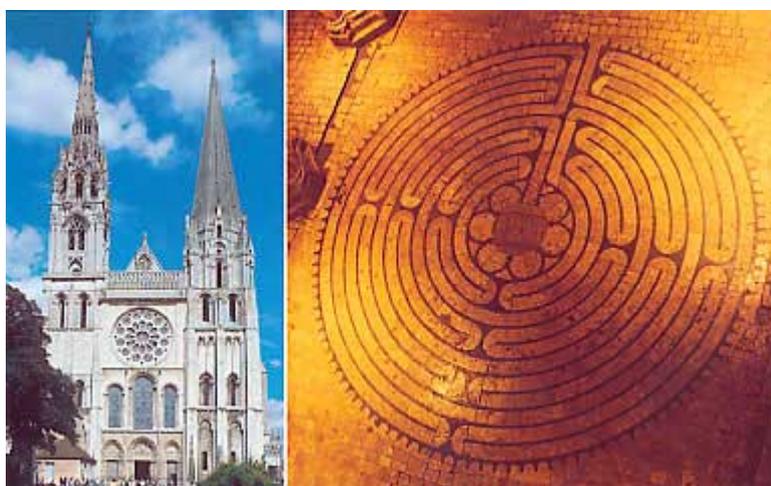
Известнее всего легенда о лабиринте, построенном мастером Дедалом на острове Крит для мифического же царя Миноса. В этом лабиринте обитало грозное чудовище с головой быка и туловищем человека: Минотавр.

3. Виды лабиринтов.

Существуют несколько видов лабиринтов вот самые популярные из них.

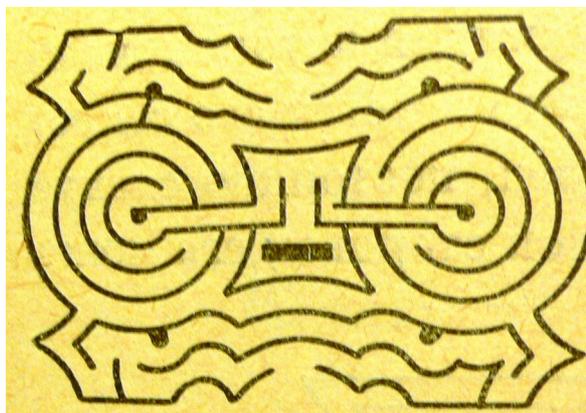
Церковные лабиринты Европы.

Ранние христианские церкви с энтузиазмом переняли традицию лабиринта. В первую очередь это был символ самой церкви, например выбитый на каменных стенах собора в Лукке (Италия) или вышитый на облачении усопших епископов, которые были изображены лежащими в лоне церкви.



Головоломный лабиринт.

Головоломные лабиринты используются для развития логического мышления.



Головоломный лабиринты

Ленинградские катакомбы.

Оказалось, что катакомбы, известные нам по многим детским фильмам, - есть разновидность лабиринтов.

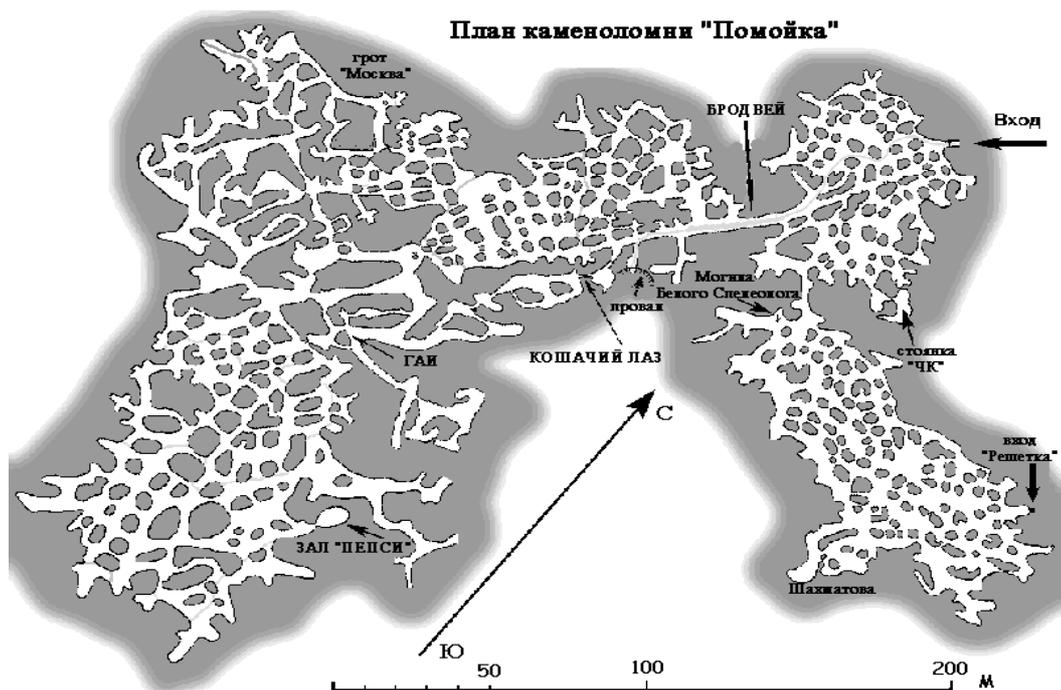
Катакомбы Ленинградской области можно разделить на 4 типа:

1. Бывшие разработки кварцевого песка (Саблино, Старая Ладога, Борщево).
2. Бывшие разработки известняки и камня. (Телези, Аропаккузи, Кипень, Береговая).
3. Подземные ходы специального назначения. (Румболовская гора и гора Парнас).
4. Карстовые и псевдокарстовые полости. (Жихарево и частично Рождествено).

Катакомба Береговая.

Катакомба Береговая (Янтарная, Помойка) расположена на левом берегу реки Тосна, немного выше по течению возле автомобильного моста. Имеет три входа, которые легко найти при движении по дороге с автобусной остановки в сторону моста. Главный вход (Воронка) выходит прямо в обрыв берега реки. Спуск к нему начинается от земляного бугра (в народе - «Пьяной горки»), расположенной почти у самого моста. Подойдя около нее к обрыву, можно увидеть поросшую мелкоколесьем воронку в склоне. Правее нее есть металлическая лестница, по которой подходят ко входу. Спуститься можно еще по тропе левее воронки. На входе в пещеру стоит металлическая дверь. Ниже воронки из пещеры вытекает ручей. Второй вход в пещеру (Решетка) расположен несколько выше по течению (правее, если смотреть от дороги), примерно в 100м. Ориентиром служит бетонный столб ЛЭП в центральной части площадки для разворота автомобилей. Несколько левее его вниз по склону спускается желоб, по которому нужно спуститься на небольшую террасу. Здесь расположен металлический люк, через который по металлической лестнице можно спуститься в пещеру. Третий вход (Трупы) расположен на левой стороне автодороги. Около начала спуска к мосту следует свернуть на поле влево и выйти на поле, где искать овраг. В овраге течет ручей, по которому и следует войти через провал в пещеру. Из входов третий наименее комфортен.

Катакомба Береговая на настоящий момент, в связи с падением уровня озера и исследованием заозерной части, является самой протяженной в Саблино. Общая длина ее ходов превышает 7000м (привходовой части - 3500м). Высота потолков в привходовой части 160-180см, с залами выше 500см, в заозерной части колеблется в пределах от 50 до 350см.



Лабиринт как геометрическая сеть.

Аллеи, дорожки, коридоры, галереи, шахты и т. п.. Лабиринты тянутся, изгибаясь во все стороны, перекрещиваются, расходятся по всевозможным направлениям, ответвляются, образуют тупики и т. п.. Но мы для большей ясности рассмотрения вопроса, все перекрестки обозначим просто точками, а все эти аллеи, коридоры и т. д. будем принимать просто за линии, прямые или кривые, плоские или нет – все равно, но эти линии соединяют наши точки.

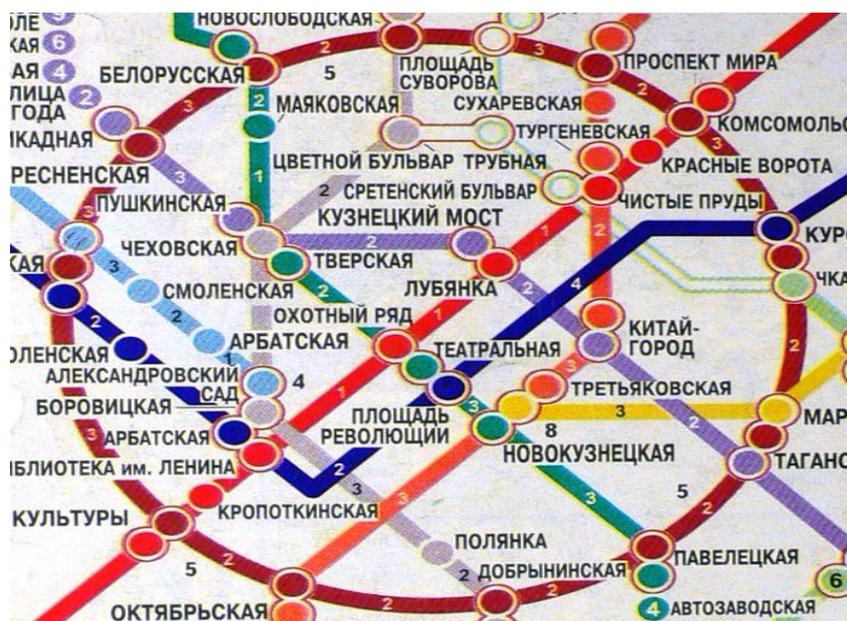


Схема московского метрополитена.



Схема движения городского транспорта.

4. Способы выхода из лабиринта.

4.1 Теорема Тремо.

Универсальный алгоритм прохождения любых лабиринтов был описан только через столетие в книге французского математика Э. Люка "Recreations matematiques", изданной в 1882 году. Интересно, что Люка при описании алгоритма указал на первенство другого французского математика М. Тремо. Таким образом, алгоритм стал известен как алгоритм Люка-Тремо.

Тремо предлагает следующие правила: выйдя из любой точки лабиринта, надо сделать отметку на его стене (крест) и двигаться в произвольном направлении до тупика или перекрестка; в первом случае вернуться назад, поставить второй крест, свидетельствующий, что путь пройден дважды - туда и назад, и идти в направлении, не пройденном ни разу, или пройденном один раз; во втором - идти по произвольному направлению, отмечая каждый перекресток на входе и на выходе одним крестом; если на перекрестке один крест уже имеется, то следует идти новым путем, если нет - то пройденным путем, отметив его вторым крестом.

Зная алгоритм Тремо, можно скорректировать поведение легендарного Тесея. Вдохновленный подарком любимой Ариадны, он уверенно идет по лабиринту. Вдруг перед ним возникает ход, по которому уже протянута нить... Что делать? Ни в коем случае не пересекать ее, а вернуться по уже известному пути, сдваивая нить, пока не найдется еще один непройденный ход.

Применив вариант алгоритма Тремо, отец теории информации Клод Шеннон (Claude Elwood Shannon) построил одного из первых самообучающихся роботов. Шеннон дал ему звучное имя "Тесей", но в истории "Тесей" стал больше известен как "мышь" Шеннона. "Мышь" сначала обследовала весь лабиринт, а затем (во второй раз) проходила весь путь значительно быстрее, избегая участков, пройденных дважды.

Тремо предлагает примерно такой вариант решения задач о лабиринтах. Всякий раз, идя по любому коридору в первый раз, ставим при входе в коридор и при выходе из коридора на стене по черточке, если идем по коридору вторично, то перечеркиваем черточки. Если мы имеем дело с действительным лабиринтом, или галереями подземных шахт, с разветвлениями пещер и т. д., то блуждающему в этих шахтах вместо черточек на бумаге придется делать уже иной знак, чтобы ориентироваться, и класть, например, камень при входе и выходе из каждого перекрестка – в галерею, которую он покидает, и в той, в которую он входит.

1. Если подошли к перекрестку, на котором ни разу небыли, то дальше идем по любому коридору (рис. 1), если же попали в тупик – идем обратно (рис. 2).

2. Если подошли к перекрестку, где уже побывали, и подошли к нему по такой дороге, по которой мы идем в первый раз, то немедленно отправляемся обратно (рис. 3).

3. Если подошли к перекрестку таким путем, по которому уже дважды шли, то далее, если есть коридоры, по которым ещё ни разу не ходили, идем по любому из них (рис. 4).

Если же таких коридоров нет, то идем по любому пройденному один раз (рис. 5).

перекресток

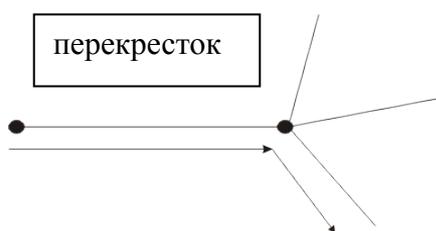


Рис. 1



Рис. 2

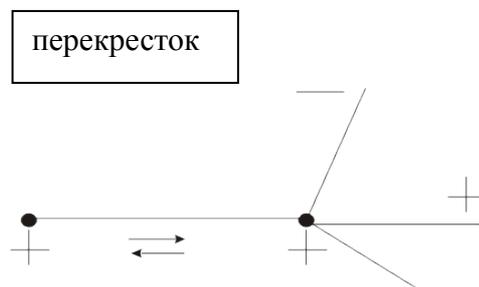


Рис. 3

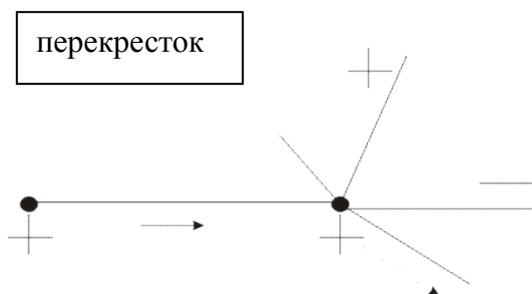


Рис. 4

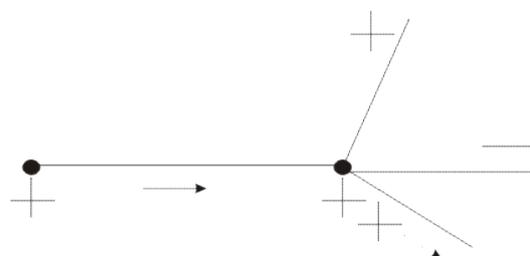


Рис. 5

4.2 Правила правой и левой руки.

Одним из самых простых правил для прохождения лабиринта является правило "одной руки": двигаясь по лабиринту, надо все время касаться

правой или левой рукой его стены. Этот алгоритм, вероятно, был известен еще древним грекам. Придется пройти долгий путь, заходя во все тупики, но в итоге цель будет достигнута. Хотя у этого правила и есть один недостаток, но о нем мы поговорим позже.

Попробуем описать робота, действующего в соответствии с правилом "правой руки".

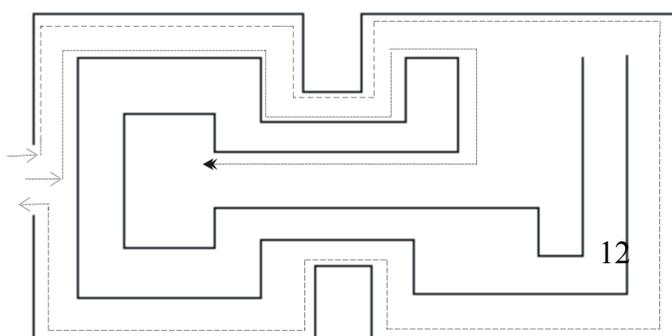
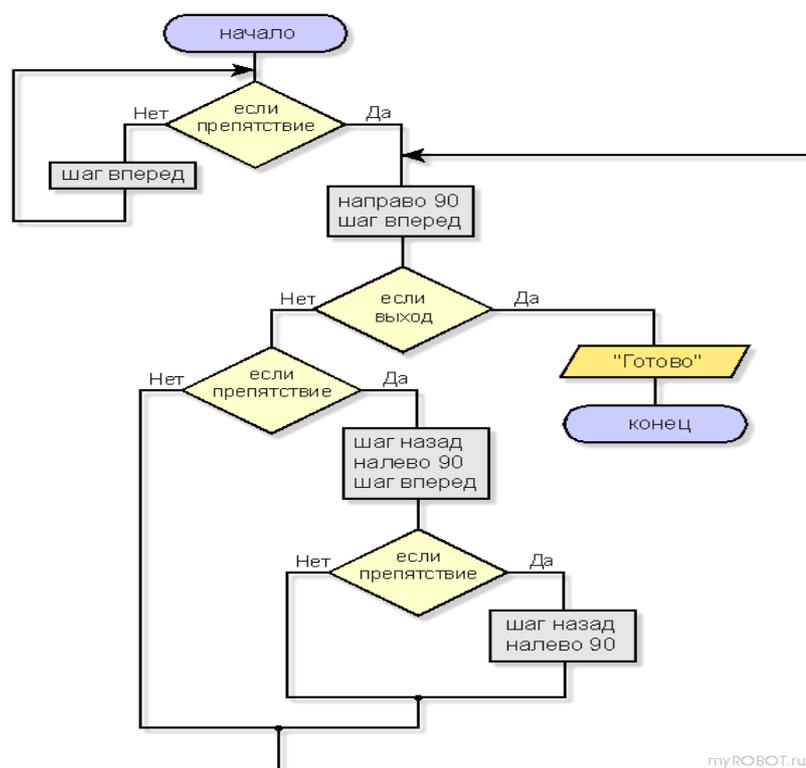
В начале своей работы робот должен найти стену, по которой он будет следовать. Для этого он может просто двигаться вперед, пока не упрется в преграду.

После того как робот наткнулся на препятствие, он начинает передвигаться в соответствии с правилом "правой руки".

Двигаясь вдоль стены, робот следит, есть ли проход справа. Если проход есть, робот должен идти по нему, чтобы не оторваться от стены справа.

Если прохода нет - впереди стена - робот поворачивает налево. Если прохода снова нет, он еще раз поворачивает налево, таким образом разворачиваясь на 180 градусов, и идет в обратном направлении.

Блок-схема алгоритма для робота, работающего по правилу "правой руки", представлена на рисунке.



Если известно, что у лабиринта нет отдельно стоящих стенок, то есть нет замкнутых маршрутов, по

которым можно возвращаться в исходную точку, то такой лабиринт называют односвязным и его всегда можно обойти полностью, применив правило "одной руки".

Если же лабиринт содержит отдельно стоящие стенки, то, применяя правило "одной руки", не всегда можно пройти все коридоры и тупики. Лабиринты с отдельно стоящими стенками и с замкнутыми маршрутами называются многосвязными. При этом многосвязные лабиринты можно разделить на две группы: без "петли" вокруг цели (замкнутый маршрут не проходит вокруг цели) и с замкнутой "петлей" вокруг цели (цель можно обойти по замкнутому маршруту).

В многосвязных лабиринтах второй группы правило "одной руки" не работает и, применяя его, достичь цели невозможно. Но и эти лабиринты можно пройти, полагаясь на точный алгоритм.

Решение задачи о таких лабиринтах принадлежит сравнительно позднему времени, и начало ему положено Леонардом Эйлером. Эйлер не без оснований полагал, что выход из любого лабиринта может быть найден, и притом сравнительно простым путем.

Рис. 1

перекресток

Рис. 3

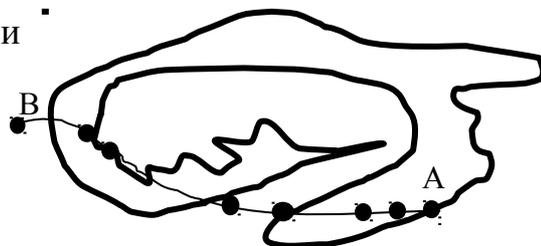
5.Примеры задач на лабиринты.

Рассмотрим два простейших правила решения задач с лабиринтами, все стены которого имеют вид одной, нигде не пересекающей себя замкнутой линии (вход закрыт воротами). Отметим две точки на плане лабиринта.

1. Если обе точки находятся либо внутри, либо снаружи лабиринта, то любая соединяющая их линия пересечет границу лабиринта четное число раз.

2. Если одна точка находится снаружи лабиринта, а другие внутри, то любая соединяющая их линия пересечет границу лабиринта такого вида нечетное число раз.

Например, отметим точку *A* внутри лабиринта и точку *B* снаружи лабиринта. Соединим эти точки линией. Она пересекает границу лабиринта пять раз, то есть нечетное количество раз.



Задача №1

На цирковой арене.

На цирковой арене выступал канатоходец. На высоте трех метров от земли на пяти столбах были натянуты канаты, по которым он должен был проходить. Канаты были натянуты так, как это показано на рисунке 1.

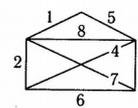


Рис. 1

Канатоходец должен был пройти по восьми канатам таким образом, чтобы по каждому из них пройти всего один раз. И это ему всегда удавалось, хотя он и не возвращался в то же место, откуда выходил. Но во время одного из выступлений оборвался канат №8, и осталось всего семь канатов (рис.2).

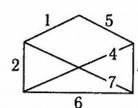


Рис. 2

Может ли теперь канатоходец пройти все канаты, проходя по каждому из них всего раз? Покажите, как ходил канатоходец, когда все канаты были целы, и ответьте на поставленный вопрос.

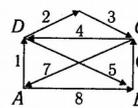


Рис. 3

Решение:

Когда все канаты были целы, канатоходец, выходя из точки *A*, заканчивал свой путь в точке *B* (рис.3). После того, как оборвался канат №8, канатоходец не сможет обойти все канаты по одному разу.

Задача №2

Тропинки в садах.

В саду Александра Ивановича тропинки проложены, как это показано на рис. 4, а у Бориса Борисовича - как показано на рис. 5. Кто из них может обойти все тропинки, проходя по каждой всего один раз?

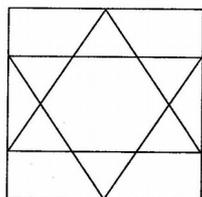


Рис. 4

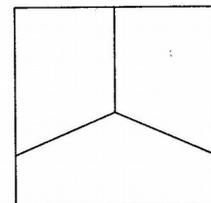


Рис. 5

Ответ: Александр Иванович.

Задача №3

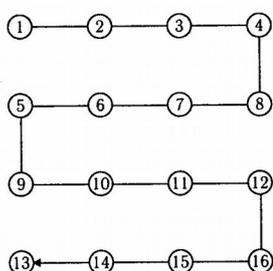


Рис. 6

Среди георгин.

Садовник имел квадратную клумбу 4*4 метра, на которой он

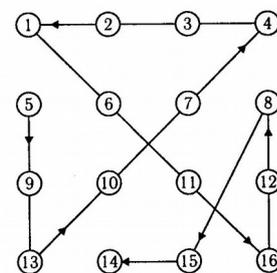


Рис. 7

вырастил 16 кустов георгин. Расстояние между кустами было 1 метр. Пока кусты еще не расцвели, цветовод обходил все кусты, идя по кратчайшему пути, но когда чудесные цветы распустились, садовник обходил их по самому длинному пути. К каждому цветку он подходил всего один раз. Как выглядел самый короткий путь от куста к кусту, а как самый длинный?

Решение:

1. Самый кратчайший путь:
1;2;3;4;8;7;6;5;9;10;11;12;16;15;14;13 (рис.6)
2. Самый длинный путь:
5;9;13;10;7;4;3;2;1;6;11;16;12;8;15;14 (рис.7)

Задача №4

Задача садовника.

Садовнику поручили высадить 10 деревьев на площадке в форме равностороннего треугольника. Садовник имел два сорта деревьев: 10 акаций и 10 лип. Чтобы придать некоторое разнообразие саду, он решил несколько акаций и несколько лип, причем так, чтобы на каждой стороне каждого из четырех равносторонних треугольников, которые при этом образовались, росло не больше двух деревьев того же сорта. Как он это сделал?

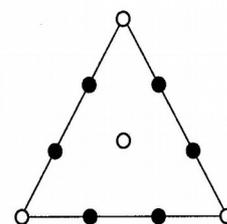


Рис. 8

Решение:

Садовник посадил 4 акации и 6 лип (рис.8).

Задача №5

Клад.

На рис.9 представлена схема лабиринта. Стороны пяти квадратов, вписаны один в другой,- это коридоры, ведущие к наименьшему внутреннему квадрату, где закрыт клад. Клад обладает таким свойством, что получить его может только тот, кто придет за ним и выйдет из лабиринта, пройдя все коридоры по одному разу. Ни один коридор, даже частично, нельзя пройти дважды. Попробуйте счастья.

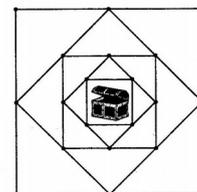


Рис.9

Решение:

Путь к кладу и обратно показан на рисунке 10.

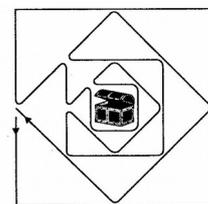


Рис. 10

6.Заключение.

Лабиринты – это странные явления природы или затейливые постройки человека, заставляют задумываться над поиском выхода из них.

Теория графов и ее применение к решению задач о лабиринтах довольно увлекательный материал, позволяющий на практике найти поиск выхода из тупика. Наверно, в моей работе оказался больше рассмотрен исторический

материал, нежели математический. Но, пожалуй, эта та ситуация, которая позволяет продемонстрировать тесную связь математики не только с точными, но и гуманитарными дисциплинами. Конечно, очень жаль, что пока я пытаюсь найти поиск выхода из тупика только на бумаге с помощью карандаша (к сожалению, в Удмуртии нет настоящих лабиринтов), но хочется верить, что когда-нибудь у меня появится настоящая возможность проверить теорию выхода из тупика лабиринта на практике.

Использованная литература.

1. Наглядная геометрия. И. Ф. Шарыгин, Л. Н. Ерганжиева изд. Культурно – производительный центр «Марта» (Москва 1992 год)
2. В царстве смекалки. Е. И. Игнатъев, изд. «Наука» (Москва 1979 год)
3. Увлекательная математика. И. Леман, изд. «Знание», (Москва, 1985 год)

4. Математика, занятия школьного кружка. О. Шейнина, изд. «НЦ ЭНАС», (Москва, 2003 год)
5. <http://www.komok.ru/>