**Министерство ПРОСВЕЩЕНИЯ и НАУКИ**

**кабардино-балкарской республики**

Государственное БЮДЖЕТНОЕ профессиональное ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ

**«Кабардино-балкарский торгово-технологический колледж»**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**«Путешествие в мире факториалов»**

преподаватель математики

**Абаева Е.Д.**

**Работа защищена**

**«\_\_\_\_»\_\_\_\_\_\_\_2024г. с оценкой \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**г.о. Нальчик, 2024**

**Содержание:**

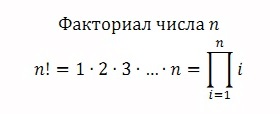
1. Введение – 3
2. Что такое факториал? – 4-5
3. История изучения факториалов – 6-7
4. Свойства факториалов – 8-9
5. Факториал, суперфакториалы, гиперфакториал, праймориал – 10-11
6. Заключение – 12
7. Список литературы – 13
8. **Введение.**

В наши дни каждый учащийся получает первичные знания по математике. Еще до школы ребята учатся считать, а затем на уроках получают представление о неограниченности числового ряда, об элементах геометрии, о дробных и иррациональных числах, изучают начала алгебры и математического анализа. Эти знания абсолютно необходимы каждому человеку, независимо от того, кем он станет в будущем: рабочим, инженером, механизатором, врачом, офицером или ученым.

Факториал – так называют часто встречающуюся в практике функцию, определённую для целых неотрицательных чисел. Название функции происходит от английского математического термина factor – «сомножитель». Обозначается она n!. Знак факториала «!» был введён в1808 году во французском учебнике Хр. Крампа.

**2.Что такое факториал?**

Факториа́л — функция, определённая на множестве неотрицательных целых чисел. Название происходит от лат. *factorialis* — действующий, производящий, умножающий; обозначается *n!,* произносится эн факториа́л. Факториал натурального числа *n* определяется как произведение всех натуральных чисел от 1 до *n* включительно:



Например,

5!=1\*2\*3\*4\*5= 120

Для *n*=0 принимается в качестве соглашения, что

*0!=1.*

Для удобства полагают по определению 0! = 1. О том, что нуль – факториал должен быть по определению равен единице, писал в 1656 году Дж. Валлис в «Арифметике бесконечных».

Функция n! растёт с увеличением n очень быстро. Так,

1!=1,

2!=2,

3!=6,

4!=24,

5!=120,

…..,

10!=3 628 800.

Факториал является чрезвычайно быстро растущей функцией. Он растёт быстрее, чем любая показательная функция или любая степенная функция, а также быстрее, чем любая сумма произведений этих функций. Однако степенно-показательная функция *nn* растёт быстрее факториала, так же как и большинство двойных степенных.

В комбинаторике факториал натурального числа n интерпретируется как количество перестановок (упорядочиваний) множества из *n* элементов.

Например, для множества {A,B,C,D} из 4-х элементов существует 4! = 24 перестановки:

ABCD BACD CABD DABC

ABDC BADC CADB DACB

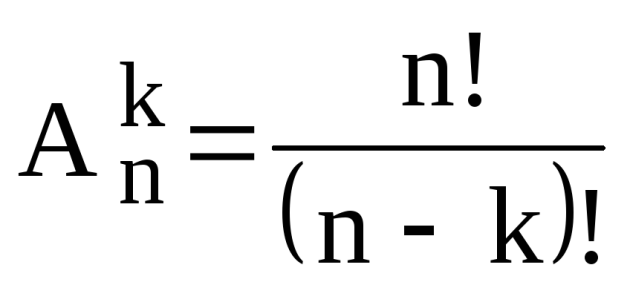
ACBD BCAD CBAD DBAC

ACDB BCDA CBDA DBCA

ADBC BDAC CDAB DCAB

ADCB BDCA CDBA DCBA

Комбинаторная интерпретация факториала подтверждает целесообразность соглашения 0!=1 — количество перестановок пустого множества равно единице. Кроме того, формула для числа размещений из *n* элементов по *k*



при *n=k* обращается в формулу для числа перестановок из *n* элементов (порядка *n*), которое равно *n!*

**3.История изучения факториалов.**

В математике просто так, чисто для красоты, ничего не бывает. На самом деле приложений у факториала великое множество. Это и бином Ньютона, и теория вероятностей, и ряды, и формула Тейлора.

Факториалы использовались для подсчета перестановок, по крайней мере, еще в 12 веке индийскими учеными. В 1677 году Фабиан Стедман описал факториалы применительно к смене звонков (сигналов вызова) , музыкальному искусству, включающему звон многих настроенных колоколов. После описания рекурсивного подхода Стедман дает утверждение факториала (используя язык оригинала):

Теперь природа этих методов такова, что изменения на одном числе охватывают [включают] изменения на всех меньших числах ... настолько, что полный Пил(звон) изменений на одном числе, по-видимому, формируется путем объединения завершенных Пилсов(серии звонков) на всех меньшие числа в одно целое тело.

*Формула Стирлинга – Муавра*

Определить факториал большого числа можно по формуле Стирлинга, которая дает, однако, приближенное равенство, но с маленькой погрешностью. Полная формула выглядит следующим образом:

*n! = (n/e)^n\*√(2\*π\*n)\*(1 + 1/(12\*n) + 1/(288\*n^2) + …) ln (n!) = (n + 1/2)\*ln n – n + ln √(2\*π),*

где e – основание натурального логарифма, число Эйлера, численное значение которого принято приблизительно равным 2,71828…; π – математическая константа, значение которой принято равным 3,14.

Широко распространено использование формулы Стирлинга в виде:

*n! ≈ √(2\*π\*n)\*(n/e)^n.*

*Джеймс Стирлинг*

Джеймс Стирлинг (англ. James Stirling, май 1692—5 декабря 1770) — шотландский математик.

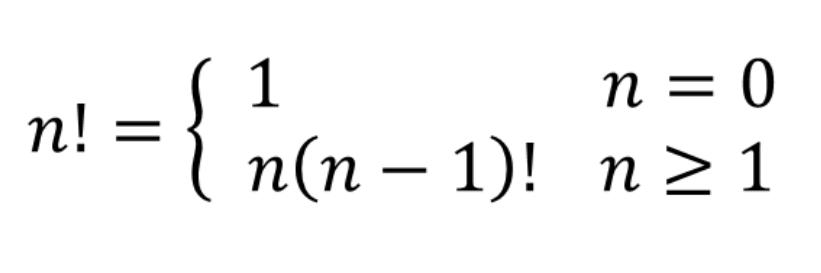
Стирлинг уезжает в Италию, где живёт до 1722 года. В Италии начинается научная деятельность Стирлинга. Он публикует работу «Ньютоновские кривые третьего порядка», где изучает алгебраические кривые 3-й степени, уже исследованные Ньютоном. Стирлинг обнаружил 4 новых типа этих кривых, не замеченных великим аналитиком. В этой же работе доказан ряд теорем, высказанных Ньютоном без доказательства, изучаются кривая скорейшего спуска и цепная линия, решается лейбницевская задача об ортогональных траекториях. Стирлинг выяснил, что алгебраическая кривая *n-го* порядка определяется своими *n(n+3)/2 точками*.

*Абрахам де Муавр*

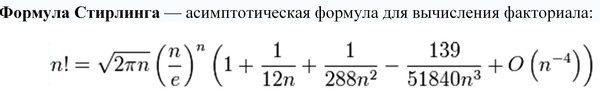
Открыл (1707) формулу Муавра для возведения в степень (и извлечения корней) комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме. Он первый стал использовать возведение в степень бесконечных рядов. Муавр также установил связь между рекуррентными последовательностями и разностными уравнениями. Внёс вклад в теорию решения однородных линейных разностных уравнений с постоянными коэффициентами. Ему и Дж. Стирлингу принадлежит асимптотическое представление факториала, носящее название формулы Стирлинга. Помимо анализа, Муавр внёс большой вклад в теорию вероятностей.

**4.Свойства фактариалов.**

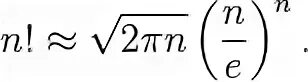
1. Рекуррентная формула



1. Формула Стирлинга



Во многих случаях для приближённого значения факториала достаточно рассматривать только главный член формулы Стирлинга:



Формула Стирлинга позволяет получить приближённые значения факториалов больших чисел без непосредственного перемножения последовательности натуральных чисел. Так, с помощью формулы Стирлинга легко подсчитать, что

*100! ≈ 9,33Ч10157; 1000! ≈ 4,02Ч102567; 10 000! ≈ 2,85Ч1035 659.*

1. Разложение на простые числа

Каждое простое число p входит в разложение n! на простые множители в степени



Таким образом,



где произведение берётся по всем простым числам. Нетрудно видеть, что для всякого простого p большего n соответствующий множитель в произведении равен 1, а потому произведение можно брать лишь по простым *p,* не превосходящим *n.*

**5.Факториал, суперфакториалы, гиперфакториал, праймориал**

1. Факториал

пример 5! = 1\*2\*3\*4\*5

Возникает естественным образом в комбинаторике - науке, в которой изучаются задачи, связанные с выбором и расположением различных элементов чаще всего конечных множеств.

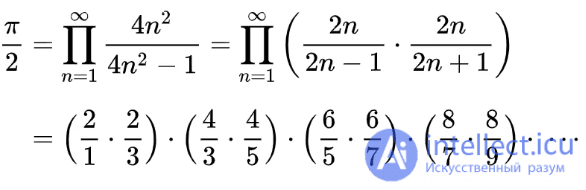
2. Двойной факториал

пример 7!! = 7\*5\*3\*1

общий случай n!!= если n четное , то = n(n-2) \* ... \* 4 \* 2 или

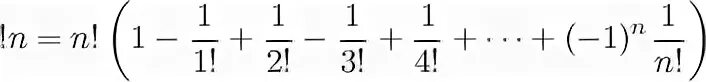
если n - не четное , то = n(n-2) \* ... \* 3 \* 1

Этот факториал имеет просто громадное количество приложений в комбинаторике и достоин отдельного материала. Впервые он использовался при выводе замечательного произведения Уоллиса, связывающего натуральные числа и число π:



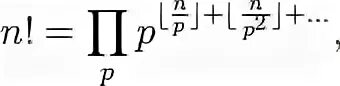
3.Субфакториал

Этот представитель семейства в отличие от обычного факториала, который определяет количество перестановок, определяет количество беспорядков.



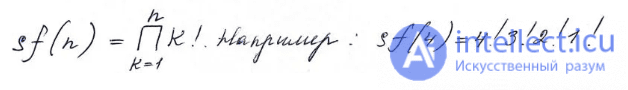
4. Праймориал

Определяется как произведение простых чисел, меньших или равных данному.



5. Суперфакториал Слоуна

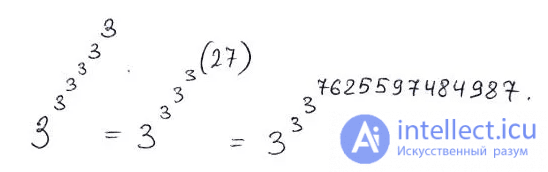
Название дано создателем уникальной в своем роде Онлайн Энциклопедии Целочисленных Последовательностей (OEIS). Определяется как произведение факториалов чисел, меньших или равных заданному.



6. Суперфакториал Пиковера

Запись показателя степени слева сверху от числа определяет особенную математическую операцию - тетрацию

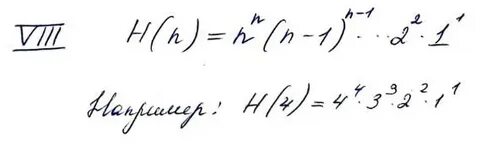
удивительно быстрорастущая функция. Для числа 3 - это уже вот такая невообразимая башня:



Степени "схлопываются" справа-налево.

7. Гиперфакториал

Растет еще медленнее, чем предшествующие два. Только лишь на 14 шаге число нулей приближается к гуголу.



**6. Заключение.**

Вы спросите: для чего же он нужен, этот факториал? Давайте теперь расскажу Вам о его применении.

Факториал очень активно используется в различных разделах математики, особенно там, где заходит речь о различных вариантах, перестановках, комбинациях и т. п. Он применяется в комбинаторике, теории чисел, математическом анализе и других областях. Очень хорошо становится понятным смысл факториала при изучении и применении вышеозвученной комбинаторики. В ней факториал натурального числа n интерпретируется как количество перестановок множества из n элементов. Что это означает на практике?

Разберём задачу.

В гостиной стоит стол с четырьмя стульями вокруг. В комнату заходит четыре человека. Сколько существует вариантов для рассаживания вокруг стола всех четырёх человек?

Как раз для решения подобных задач требуется факториал. Зная его определение, задача решается в одно действие: 4!=1х2х3х4=24. То есть, ответ: 24 варианта (комбинации). Для такого небольшого числа, как 4, можно проверить правильность решения. Обозначим людей первыми буквами латинского алфавита: A, B, C, D. Тогда все возможные комбинации из них будут выглядеть так:

В комбинаторике множество подобных задач и в них повсеместно используется факториал.

Как можно заметить, факториал - очень быстрорастущая функция: если 3!=6, то, например, 10!=3 628 800. Факториал растёт гораздо быстрее, чем, например, показательная или степенная функции. Об этих двух обязательно в будущем ещё Вам расскажу.

В среде математиков существует одна занимательная задачка. Попробуйте её решить сами. Ответ будет в конце следующей статьи. Вот сама задача: дан отрезок времени 10! секунд; сколько это будет в каких-нибудь более удобных, крупных единицах времени?

Надеюсь, теперь Вы хорошо знаете, что такое факториал числа и где он может применяться.

**7.Список литературы.**

1. <https://obrazovanie-gid.ru/referaty/referat-na-temu-faktorial.html>
2. <https://pandia.ru/text/80/579/89091.php>
3. <https://mypresentation.ru/presentation/operaciya_faktorialov_i_istoriya_poyavleniya_ego_v_polozhitelnyx_ryadax_vypolnil_pavlov_v_a_proverila_xlynova_t_v>
4. <https://multiurok.ru/files/matematika-kombinatorika-faktorial-svoistva-faktor.html>
5. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Факториал>
6. <https://textarchive.ru/c-2325820-pall.html>
7. <https://poisk-ru.ru/s61091t26.html>
8. <https://multiurok.ru/files/issledovatelskaia-rabota-faktorialy-iskusstvo-i-na.html>
9. <https://studfile.net/preview/6369644/>