Муниципальное бюджетное образовательное учреждение

Гимназия №7 города Чехов Московской области

Проект

**УВЛЕКАТЕЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ.**

**МНОГОГРАННИКИ ВОКРУГ НАС**

*Работу выполнила:*

Ученица 10б класса

Формальнова Анастасия

*Руководитель:*

Баркова Елена Николаевна

Чехов, 2023

**Паспорт проекта**

|  |  |
| --- | --- |
| Автор | Формальнова Анастасия Сергеевна 10б |
| Научный руководитель | Баркова Елена Николаевна |
| Тема | «Увлекательная геометрия. Многогранники вокруг нас» |
| Цель | Доказать связь правильных многогранников между и природой, и человеком. |
| Задачи | * Познакомиться с многогранниками и узнать больше информации об их истории * Уточнить определение «Тела Платона» и «Тела Архимеда» * Изучить влияние правильных многогранников на возникновение философских теорий и гипотез. * Показать связь геометрии и природы. * Проверить насколько многогранники распространены в нашей жизни * Разработать несколько разверток и собрать по ним фигуры |
| Гипотеза | Самые распространенные фигуры в нашей жизни – многогранники |
| Тип проекта | Практико-ориентированный |
| Методы | Исследование, поиск информации, анализ данных, изготовление моделей |
| Продукт проекта | Фигуры многогранников |

**Оглавление**

|  |  |
| --- | --- |
| Введение…………………………………………………………………… | 4 |
| Теоретическая часть……………………………………………………… | 5 |
| 1. Зарождение……………………………………………………………… | 6 |
| 2. Открытие Эйлера……………………………………………………… | 8 |
| 3. Тела Архимеда………………………………………………………… | 8 |
| Многогранники вокруг нас……………………………………………… | 9 |
| 1. Многогранники в природе …………………………………………… | 9 |
| 2. Многогранники в искусстве и архитектуре………………………… | 10 |
| Практическая часть……………………………………………………… | 11 |
| Изготовление моделей многогранников………………………………… | 11 |
| Заключение………………………………………………………………… | 12 |
| Литература………………………………………………………………… | 13 |
| Приложение………………………………………………………………… | 14 |

**Введение**

**Актуальность проекта.** Во все времена учёные проявляли огромный интерес к различным геометрическим фигурам. В это же число входили и многогранники. Они были подвернуты такому интересу не только из-за их чудной формы или уникальности, а еще и из-за их неоценимой практической ценности.

Вначале можно подумать, что данные фигуры мы можем встретить только на уроках математики, но это вовсе не так. Многогранники окружают нас повсюду. Не является исключением и наша повседневная жизнь.

Для чего же подходят такие необычные формы? На самом деле, формы многогранников оказались очень полезны в строительстве. Они широкое используются для возведения сложнейших, но в то же время самых красивых зданий. Если посмотреть вокруг, то можно заметить, что различные многогранники действительно везде окружают нас.

Сейчас одним из современных разделов математики является именно теория многогранников. Естественно, учёным не хватало просто замечать многогранники в окружающем их мире. Им хотелось понять их суть и различия, а также установить связь геометрических фигур с миром людей.

Поэтому моя работа преследует определённую **цель**: доказать связь правильных многогранников между и природой, и человеком.

**Задачи:**

* Ознакомиться с многогранниками и выяснить больше информации об их истории
* Уточнить определения «Тела Платона» и «Тела Архимеда»
* Рассмотреть зависимость возникновения теорий и гипотез философов и учёных и многогранников
* Изучить связь между природой и математикой
* Проверить насколько многогранники распространены в современной жизни
* Разработать несколько схем и разверток и собрать по ним фигуры

**Гипотеза:** самыми распространенными фигурами в нашей жизни являются многогранники

**Объект исследования:** геометрические фигуры

**Предмет исследования:** многогранники

**Теоретическая часть**

Многогранник ‒ это геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками, называемыми гранями.

Сторона грани ‒ это ребро многогранника, а концы ребер ‒ это вершины многогранника.

Многогранник называется правильным, если все его поверхности представляют собой один и тот же правильный многоугольник, одинаковое количество ребер сходится в каждой вершине, а соседние поверхности образуют одинаковые углы.

Интересные факты:

Следуя правилу, наука смогла выяснить, что существует только пять правильных многогранников ‒ ни больше, ни меньше (см. приложение 1).

Сумма углов многогранного угла должна быть меньше 360°, в ином случае многогранная поверхность не сформируется. Перебирая все возможные целочисленные решения неравенств, доказано, что существует пять правильных многогранников.

**Зарождение**

Многие геометрические фигуры люди знали уже с древнейших времен. Модели таких форм обнаружили на резных каменных шарах, изготовленных в период позднего неолита (8-3 тыс. до н.э.), в Шотландии.

Первые упоминания встречаются ещё в Египте и Вавилоне за три тысячи лет до нашей эры. Достаточно вспомнить знаменитую пирамиду Хеопса. Это пирамида, в основании которой находится квадрат.

В Древней Греции с 7 века до н. э. начали появляться философские школы. В этих школах огромною ценность приобрели размышления и логика, благодаря которым удавалось распознавать новые геометрические особенности.

Одной из первых и самых известных школ была Пифагорейская. Отличительной чертой учеников этой школы являлась пентаграмма, на математическом языке это правильный пятиугольник. Считалось, что пентаграмма способна защитить человека от потусторонней силы и зла.

Помимо этого, студенты верили, что во всем мире есть четыре основных элемента: воздух, земля, вода и огонь. Существование пяти правильных многогранников касается, структуры материи в частности и Вселенной в целом. Согласно этому подходу, атомы основных элементов должны иметь форму разных тел:

Вселенная – додекаэдр

Земля – гексаэдр

Огонь – тетраэдр

Вода – икосаэдр

Воздух – октаэдр

Теория пифагорейцев о правильных многогранниках была позже изложена в трудах другого древнегреческого ученого и философа ‒ Платона. Одно из самых ранних упоминаний о многогранниках содержится в трактате Платона (360 год до н.э.) «Тимей». [6] Таким образом, правильные многогранники также называются Платоновыми телами.

Открытие тринадцати полуправильных многогранников приписывается Архимеду, который впервые представил их в работе, которая, к сожалению, не дошла до нас.

**Открытие Эйлера**

Формула, связывающая количество вершин, граней и ребер любого выпуклого многогранника, была получена с помощью простого соотношения [2]:

В – Р + Г = 2

Эта связь была открыта великим математиком Леонардом Эйлером (1707-1783), поэтому формула была названа в его честь. Ученый родился в Швейцарии, но почти всю свою жизнь прожил в России.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Правильный многогранник | Количество | | |
| вершин | граней | рёбер |
| Тетраэдр | 4 | 4 | 6 |
| Гексаэдр | 8 | 6 | 12 |
| Октаэдр | 6 | 8 | 12 |
| Додекаэдр | 20 | 12 | 30 |
| Икосаэдр | 12 | 20 | 30 |

**Тело Архимеда**

Тело Архимеда представляет собой выпуклый многогранник с гранями двух или более типов правильных многоугольников, примыкающих к одной и той же вершине. Здесь «одна и та же вершина» означает, что для любых двух вершин существует изометрия всего тела, которая преобразует одну вершину в другую. [4]

Изометрия ‒ это преобразование, которое отображает элементы в том же или другом метрическом пространстве таким образом, что расстояние между элементами изображения в новом метрическом пространстве равно расстоянию между элементами в исходном метрическом пространстве. [5]

Все тела Архимеда можно разделить на несколько групп.

Первая группа ‒ это пять многогранников, полученных из Платоновых тел в результате укорочения.

Таким образом, можно получить пять архимедовых тел: усеченный тетраэдр, усеченный гексаэдр, усеченный октаэдр, усеченный додекаэдр и усеченный икосаэдр. (см. приложение 2)

Вторая группа включает в себя только два тела. Это: кубооктаэдр и икосододекаэдр. (см. приложение 3)

Третья группа: также два многогранника. Они называются ромбокубооктаэдром и ромбоикосододекаэдром. (см. приложение 4)

Ну, и, наконец, существуют «курносые» модификации – одна для гексаэдра, другая ‒ для додекаэдра. Каждый из них характеризуется некоторым повёрнутым положением граней, что позволяет построить два разных варианта одного и того же «курносого» многогранника. (см. приложение 5)

**Многогранники вокруг нас**

**Многогранники в природе**

Давайте вернемся к тому, что мы можем встретить такие фигуры не только на уроках математики. А как насчет природы? Где еще возможно увидеть такую красоту?

В книге немецкого биолога начала 20 века Э. Геккеля «Красота формы в природе» можно прочитать в такие строки: "Природа вскармливает в своем лоне неисчерпаемое количество необыкновенных созданий...". [3]

Произведения природы, представленные в книге, прекрасны и симметричны. Это неотъемлемый атрибут природной гармонии. В морях обитают одноклеточные организмы-феодарии, форма которых чётко передает икосаэдр. Каковы же причины такой естественной, природной геометризации? Возможно, из-за того, что из всех многогранников имеющих такое же количество граней, именно икосаэдр имеет наибольший объем и наименьшую площадь поверхности. Это геометрическое свойство помогает морским микроорганизмам справляться с давлением толщи воды. Интересно также, что именно икосаэдр оказался в центре внимания учёных в их спорах о вирусной форме. Вирусы не могут быть полностью круглыми, как считалось ранее. Чтобы установить их форму, взяли отдельные многогранники и направляли свет под углом, равный потоку атомов на вирус. (см. приложение 6).

Ученые обнаружили, что икосаэдр - единственный многогранник, который дает такую же тень. Его геометрические особенности, описанные выше, позволяют сохранять генетическую информацию. Правильные многогранники на самом деле являются наиболее «экономичными» фигурами. И природа использует это все время.

Соты, построенные пчелами, параллельны, расстояние между ними одинаковое. Соты ‒ это шестигранная геометрическая фигура. В разрезе они представляют собой ряд одинаковых шестиугольников. Из правильных n-угольников одинаковой площади правильный шестиугольник имеет наименьший периметр. Из этого следует, что разумное насекомое экономит воск и время на постройки сот. Некоторые ученые считают, что наша Вселенная похожа на шестигранную соту. Вполне возможно, что пчелы при изготовлении сот имитируют её форму. В конце концов, именно такая форма является наиболее совершенной и экономичной для всего: материала, времени, пространства и энергии.

Природные многогранники также включают и кристаллы. Даже если мы возьмём обычную поваренную соль, она также имеет форму правильного гексаэдра или, по-другому, куба. (см. приложение 7)

**Многогранники в искусстве и архитектуре**

Леонардо да Винчи также интересовался теорией многогранников и часто изображал их на своих картинах. В 2009 году исполнилось 500 лет с момента публикации книги Луки Пачоли «Божественная пропорция». Для этой работы Леонардо создал 59 рисунков различных многогранников. Эта книга оказала большое влияние на развитие геометрии того времени, особенно стереометрии многогранников. [1] (см. приложение 8).

Для создания необычных объектов часто используют тела Архимеда. В архитектуре разных городов такие строения становятся настоящим магнитом для туристов. Давайте посмотрим на Национальную библиотеку Беларуси. Она приобрел статус одного из самых оригинальных зданий в мире благодаря своей форме ромбокубооктаэдра. Это архимедово тело состоит из 18 квадратов и 8 треугольников. (см. приложение 9)

Конечно, мы не должны забывать знаменитый Лувр в Париже, Франция. Музей был построен китайско-американским архитектором И. М. Пеем. Здание имеет форму пирамиды. (см. приложение9).

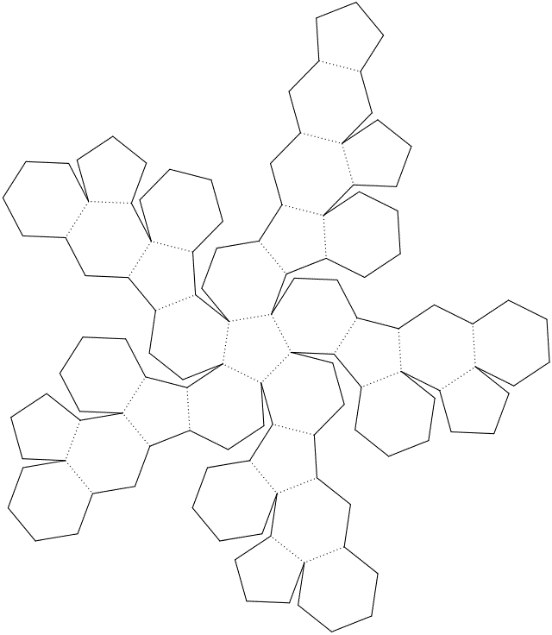
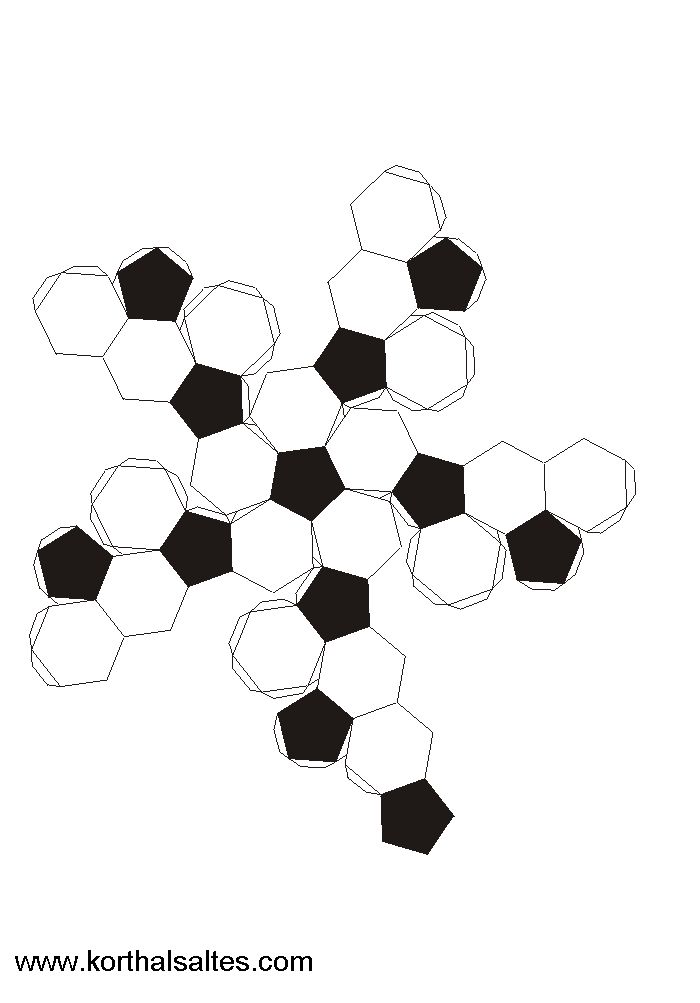
**Практическая часть**

**Изготовление моделей многогранников**

Чтобы увидеть многогранники на практике, я решила самостоятельно сделать несколько фигур. Для начала в Интернете мной было найдено несколько развёрток. После нескольких неудачных попыток, я поняла, что не все развертки в сети настоящие, и не по всем можно правильно собрать фигуры.

В конце концов, мне удалось найти правильные развертки. Оказалось, самое важное, чтобы развертка имела припуски для склеивания. Иначе вы просто не сможете собрать фигуру. Пример приведён ниже:

Неправильно Правильно

Я решила попробовать собрать несколько маленьких фигур для начала. После успешной работы c маленькими модельками, я решила собрать, наконец, большую фигуру. Через сайт «Растербатор» разделила развёртку на несколько листов, распечатала и соединила их. После этого я прикрепила склеенную развертку на лист А1 и вырезала фигуру по контору. Потом срисовала линии и сняла скреплённые листы. Так я получила развёртку фигуры, увеличенную в несколько раз.

После этого оставалось лишь собрать модель и склеить её. Таким образом я собрала две большие модели усечённого икосаэдра и малого звездчатого додекаэдра, который относится к телам Кеплера-Пуансо. [7].

Тела Кеплера-Пуансо не могут быть отнесены к обычным правильным многогранникам, так как это должна быть замкнутая ломанная без собственного пересечения, у которой все стороны и все углы между смежными сторонами равны. Мы можем легко доказать, что правильные многоугольники могут быть только выпуклыми.

Возьмем, пятиугольник и продлим его стороны до следующего пересечения между собой. Так мы получим пятиконечную звезду. [8].

**Заключение**

Многогранные формы окружают нас повсюду в повседневной жизни: книги, кабинеты, самые обычные картонные коробки. Почти все искусственные сооружения, от древнеегипетских пирамид до современных небоскрёбов, имеют форму многогранников. В рамках данной работы была изучена информация по теме, определены характеристики многогранников, созданы чертежи, развёртки и модели многогранников. Мы узнали интересные исторические гипотезы и факты, увидели совершенство и гармонию тел, которые ученые изучали веками. Узнали, что в структуре, кажущихся сферическими планет, есть правильные многогранники, что еще раз доказывает их важность в окружающем нас мире.

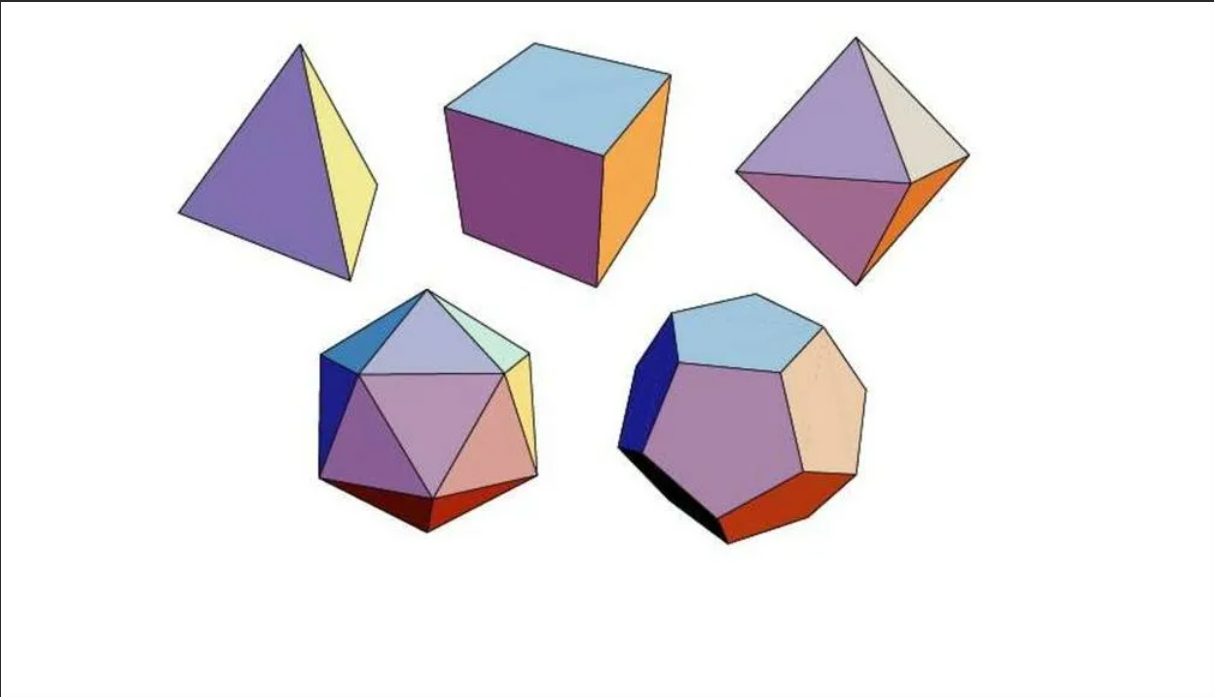
Поскольку мы увлеклись миром многогранников, мы не только познакомились с очередным разделом математики, но и достигли цели нашей работы.

**Список использованных источников**

1. Лука Пачоли. «О божественной пропорции». Л. Пачоли. – М.: Фонд Русский авангард, 2007. 400с.
2. Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика. – М: Аванта плюс, 2002. 621с.
3. Эрнст Геккель. Красота форм в природе. Э. Геккель. – М.: «Просвещение, [19]», 2016. 208 с.
4. Архимедово тело. [Электронный ресурс] – URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%80%D1%85%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D0%BE_%D1%82%D0%B5%D0%BB%D0%BE>
5. Изометрия. Википедия. [Электронный ресурс] – URL: <https://en.wikipedia.org/wiki/Isometry>
6. Тракт Платона «Тимей». [Электронный ресурс] – URL: <https://platona.net/board/novaja_filosofskaja_ehnciklopedija/timej/3-1-0-2251>
7. Тела Кеплера-Пуансо. [Электронный ресурс] – URL: <https://nsportal.ru/ap/library/nauchno-tekhnicheskoe-tvorchestvo/2015/12/18/tela-puanso>
8. Теорема Кеплера-Пуансо. N+1. [Электронный ресурс] – URL: <https://nplus1.ru/material/2015/06/27/polyhedron>

**Приложения**

Приложение 1



Тетраэдр

Октаэдр

Гексаэдр

Икосаэдр

Додекаэдр

Приложение 2







Приложение 3

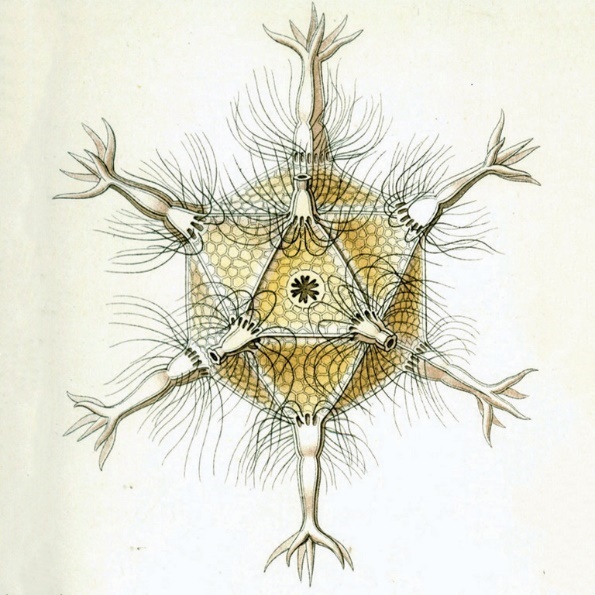


Приложение 4



Приложение 5

Приложение 6

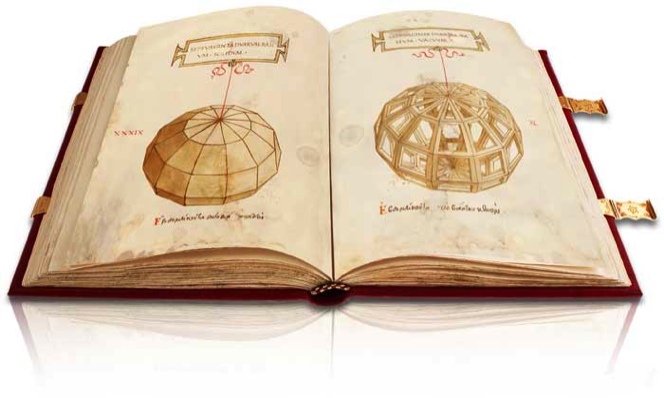
 

Приложение 7

Приложение 8



Приложение 9



