**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**ПО ВЫПОЛНЕНИЮ практических РАБОТ**

**ПО МАТЕМАТИЧЕСКОМУ АНАЛИЗУ**

для студентов заочной формы обучения

**1.1. Пределы последовательности и функции.**

**Непрерывность и разрывы функций.**

**1.1. Пределы последовательностей и функций.**

*Справочный материал.*

Необходимые формулы:



***Рекомендации:***

* **неопределенность ** раскрывается с помощью деления числителя и знаменателя на старший член выражения, приводя таким образом к бесконечно малым и постоянным величинам, и использования пределов: 
* **неопределенность ** при *х* → *а* в алгебраических выражениях раскрывается разложением на множители числителя и знаменателя и сокращения множителей (*х* - *а*);
* **неопределенность ** в тригонометрических выражениях раскрывается с помощью первого замечательного предела ;
* **неопределенность ** раскрывается с помощью второго замечательного предела .

**Примеры решения задач.**

Найти пределы последовательностей и функций:

а)  [делим на  числитель и знаменатель]= 

б) [умножим выражение на сопряженные множители ] = 

[делим на старший член  числитель и знаменатель];

в)  [разложим числитель и знаменатель на множители] = ;

г) [числитель и знаменатель умножим на сопряженные множители ] 

;

д)  [воспользуемся I замечательным пределом] =

;

е)  [сделаем замену , а затем воспользуемся первым замечательным пределом] =



;

ж)  [приведем к II замечательному пределу] = 

;

з) .

**1.2. Точки непрерывности и точки разрыва функции.**

*Справочный материал.*

Необходимые понятия:

- левосторонний предел 

- правосторонний предел

- функция  непрерывна в точке *х* = *а*, если она в ней определена и 

- функция  разрывная в точке *х* = *а*, если хоть одно из условий не выполняется;

- функция  имеет разрыв первого рода, если существуют оба односторонних предела, но  (такой вид разрыва называется скачком), либо  или  не определена в *х* = *а* (такой вид разрыва называется устранимым);

- функция  имеет разрыв второго рода, если хотя бы один из односторонних пределов не существует или равен ∞.

**Примеры решения задач.**

Найти возможные точки разрыва функций, определить их характер и изобразить на схематическом чертеже поведение функций в окрестности точек разрыва:

**а) **

В интервалах (− ∞; 0), (0; 1) и (1; +∞)  как элементарная функция в своей области определения.

Исследуем возможные точки разрыва :

 

 в точке *х*1 = 0 имеет разрыв I рода (скачок);



 в точке *х*2 = 1 непрерывна.

*f(x)*

-2

0

1

2

х

**б) **

 не определена при *х* = 3, то есть имеет в этой точке разрыв.



в точке *х* = 3  имеет разрыв II рода.

х

1

0

3

*f(x)*

**в) **

 не существует при *х* = 1 и при 

 - точки разрыва функции, исследуем их.

 ⇒в точке *х*1 = 1 разрыв I рода.

 ⇒ в точке *х*2 = 2 разрыв II рода.

0

х

-3

-2

1

2

*f(x)*

**1.3. Производные функций и их приложения.**

**1.3.1 Вычисления производных.**

*Справочный материал.*

***Таблица производных элементарных функций:***



***Правила дифференцирования:***



***Приемы дифференцирования:***

- *логарифмическая производная*: из  дифференцируя получим 

- производная *неявно* заданной функции: если функция *у* = *у*(*х*) задана уравнением *F* (*х*, *у*) = 0 то при подстановке *у* = *у*(*х*) получим тождество *F* (*х*, *у*(*х*)) = 0. Дифференцируем это тождество и выражаем *у*′(*х*);

- производная функции, заданной *параметрически*: если *у* = *у*(*х*) задана системой  то 

**Примеры нахождения производных.**

Найти производные *у*′(*х*) функций:

а)  



б) 



в) ;

г) 



д) . Прологарифмируем функцию 

;

е) . Логарифмируем функцию



;

ж) . Дифференцируем, предполагая, что *у* = *у*(*х*)

. Выразим 

;

з)  .

**1.3.2. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.**

*Справочный материал:*

- если функция  непрерывна на отрезке [*a*, *b*], то она достигает на нем своего наибольшего  и наименьшего значения ;

- для нахождения *M* и *m* достаточно найти критические точки *х*1, *х*2, … внутри отрезка [*a*, *b*] и выбрать *M* и *m* сравнением значений , ,… и , ;

- критические точки находятся из уравнения  или из условий не существования  и непрерывности  в этих точках.

**Пример.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  на   не существует при *х*1 = 0 – это критическая точка так как  при *х* = 0 непрерывна. ,

. Найдем значения:



.

**1.3.3. Исследование функции на экстремум.**

*Справочный материал:*

- из необходимых условий экстремума  и  не существует, но  непрерывна, находятся критические точки *х*1, *х*2, …;

- с помощью знака производной  устанавливается наличие и вид экстремума:

+

*x*3

*x*2

*x*1

−

+

+





 в  в , в  нет экстремума.

**Примеры.**

а) Исследовать функцию  на экстремумы. Область определения  .

 не критическая, так как  в ней не существует.

 критическая точка.

Знак 

0

1

−

+

0

.

б) Из квадратного листа картона изготавливается коробка без крышки следующим образом:

*x*

*h*

60см

*h*

*a* = *x*

Найти наибольший объем и соответствующие размеры коробки, если длина стороны заготовки равна 60 см.

Объем коробки . Пусть *a* = *x*, тогда .

Исследуем *V*(*х*) на экстремумы.



знак 

60

−

+

40

0

 при этом *a =* 40 *см* ,

*h* = 10 *см*.

**II СЕМЕСТР (теоретический материал)**

**1.4. Неопределенный и определенный интеграл.**

**1.4.1. Неопределенный интеграл.**

*Справочный материал.*

***Основные свойства интегрирования:***

1. ;

2. ;

3. 

4. .

***Таблица неопределенных интегралов:***















**Приемы интегрирования:**

* непосредственное интегрирование – на основании свойств интегрирования и таблице основных первообразных;
* замена переменной , в частности:

;



* интегрирование по частям ;
* разложение правильной рациональной дроби на простые дроби. Правильная рациональная дробь  единственным образом раскладывается на простые дроби вида:

.

* При отыскании коэффициентов можно применить метод равенства при одинаковых степенях *х* числителей дробей или метод равенства многочленов при числовых значениях *х*.

**Примеры нахождения неопределенных интегралов.**

а) .

б) 

.

в) . Сделать проверку.

Применим метод интегрирования по частям







Проверка:



 − подынтегральная функция.

г)  [выделим в числителе производную от квадратного трехчлена  и разобьем интеграл на 2 слагаемых] =  [выделим во втором интеграле полный квадрат из *х*2 − 8*х* + 5] = 





д) 

Разложим подынтегральную функцию на простые дроби 



Сравним числители при:



Тогда 



е) 

.

ж)  [интегрируем по частям ]

.

з) 

.

Сравним числители при:



. Тогда 

**1.4.2. Определенный интеграл.**

*Справочный материал:*

* формула Ньютона-Лейбница , где *F*(*x*) любая первообразная функции ;
* замена переменной интегрирования ;
* интегрирование по частям 

**Примеры.** Вычислить интегралы:

а) 





б)  [интегрируем по частям] 



.

**1.4.3. Приложение определенного интеграла.**

*Справочный материал:*

* площадь плоской фигуры, ограниченной линиями: 



* объём тела с площадью поперечного сечения:

.

**Примеры.**

1. Построить схематический чертеж и найти площадь фигуры, ограниченной линиями : 

Найдем точки пересечения линий.



0

у

х

1

2

2

1







1. Найти объем тела образованного вращением полуволны синусоиды

*y* = sin *x*  (0 ≤ *x* ≤ *π*) вокруг оси *ox*.

Сечение тела *x* = const круг с радиусом *r* = sin *x* и площадью 

x

y

1







**1.5. Функции нескольких переменных.**

**1.5.1. Частные производные функции.**

* частной производной функции по переменной является производная функции по этой переменной в предположении, что остальные переменные фиксированы;
* производная функции по направлению, заданному вектором  определяется формулой

, где  ;

* вектор-градиент определяет направление наибольшего роста функции и равен

.

**Пример.** Для функции  в точке (4; 1) найти:

а) частные производные  и  ;

б) производную по направлению ;

в) вектор-градиент.

а) . В точке *А* 

б) 

.

в) вектор-градиент 

**1.5.2. Экстремумы функции двух переменных**

* для функции  имеющей частные производные 2-го порядка необходимые условия экстремума  определяют критические точки.

Достаточные значения устанавливают с помощью значений  в критических точках.

Находится , тогда:

а) если Δ < 0, то экстремум есть, при этом максимум если *А* < 0 (или *С* < 0),

минимум если *А* > 0 (или *С* > 0).

б) если Δ > 0, то экстремума нет;

в) если Δ = 0 нет ответа (нужны дополнительные исследования).

* наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой ограниченной области находится путем сравнения значений функции  в критических точках внутри области со значениями функции в критических и в угловых точках границы области.

**Примеры:**

1. Исследовать функцию  на экстремумы.

Найдем критические точки:



. Получили три критических точки *М*1(0; 0), *М*2(1; 1), *М*3(−1; 1).

Проверим достаточные условия с помощью .

В точке *М*1(0; 0)



 экстремум есть, причем максимум так как

*А* < 0 и *C* < 0.



В точке *М*2(1; 1)



 экстремума нет.

В точке *М*3(−1; 1)



 экстремума нет.

1. Найти наибольшее и наименьшее значения 

в области *D* : 

8

8

*D*

*A*

*B*

x

y

0

Найдем критические точки внутри *D*:



Найдем критические точки на внутренних участках границы *D*.

на *АО* :  нет критических точек.

на *ОВ* : нет критических точек.



на *АВ* :



 критическая точка.



Сравним значения *Z* в точках *С*(1; 2), *Е*(3.5; 4.5), *О*(0; 0), *А*(8; 0), *В*(0; 8):



**1.6. Дифференциальные уравнения**

*Справочный материал.*

Уравнения I порядка, разрешенные относительно производной:

* задача Коши 
* с разделяющимися переменными  интегрируется с помощью разделения переменных   и интегрирования ;
* однородное  приводится к уравнению с разделяющимися переменными с помощью подстановки 
* линейное  интегрируется с помощью подстановки Бернулли . *v*(*x*) находятся из условия , а  из .

Уравнение II порядка, допускающие понижение порядка:

* уравнение , порядок понижается подстановкой 
* уравнение , порядок понижается подстановкой .

Линейные уравнения II порядка с постоянными коэффициентами:

* однородное уравнение  ему соответствует характеристическое уравнение .

Общее решение имеет вид:

1. , если *λ*1 ≠ *λ*2 действительные;
2. , если *λ*1 = *λ*2 = *λ* действительные;
3. , если *λ* = *α* ± *iβ* – комплексные корни;

* неоднородное уравнение , его общее решение имеет вид  , где  – общее решение однородного уравнения, а  – частное решение неоднородного уравнения;
* частное решение неоднородного уравнения для правой части вида , ищется в виде , где  и  - многочлены *k*-ой степени с неопределенными коэффициентами, *r* - кратность корня *λ* = *α* + *iβ* характеристического уравнения.

**Примеры.**

1. При инвестиции предприятия скорость поступления средств уменьшается пропорционально объему средств в данный момент и времени с коэффициентом *k* = 0,08. Найти закон изменения поступающих средств и объем поступления через 4 года, если в начальный момент поступления составили 1000 денежных единиц.

Пусть объем поступающих средств *s* = *s*(*t*), тогда по условию задачи



уравнение  с разделяющимися переменными  или

. Из начального условия 1000 = *c* , тогда .

 денежных единиц.

1. Найти общее решение уравнения:

а)  разделим числитель и знаменатель на , тогда 

Это однородное уравнение, сделаем подстановку 

 подставим в уравнение  или

, . Разделим переменные и интегрируем , ,  (*c* > 0),  (*c* ≠ 0).

Подставим   или  общий интеграл уравнения.

б)  – линейное уравнение, сделаем подстановку  подставим в уравнение  или .

Найдем *v*(x) из , , , , . Для *u* получим  

Получим  - общее решение.

1. Решить задачу Коши:

а) , .

Понизим порядок с помощью замены

    или .

По начальным данным  и   но  и  - искомое частное решение;

б). .

Характеристическое уравнение 

 двукратный корень и  - общее решение.

. Подставим начальные условия:

 и получим систему уравнений

 *c*1 = 2, *c*2 = 1.

Тогда  - решение задачи Коши;

в). 

Характеристическое уравнение  

общее решение .



Из начальных условий получаем систему:

 

Тогда  - искомое частное решение;

г). 

Найдем общее решение однородного уравнения из  Тогда 

Частное решение неоднородного уравнения найдем в виде

, так как  корень характеристического уравнения кратности .



 подставим в уравнение

 и 

Общее решение неоднородного уравнения будет 



Подставим начальные данные.



Получим систему уравнений:



Тогда искомое частное решение задачи Коши будет



**1.7. Числовые ряды.**

*Справочный материал.*

Ряд  называется *сходящимся*, если существует , где  частная сумма, а *S* называется *суммой ряда*.

Необходимый признак сходимости:

Если ряд  сходится, то 

*Примечание.* Если  или не существует, то ряд  расходится.

**Признаки сходимости рядов с положительными членами:**

* признак сравнения рядов в форме неравенства:

если, начиная с некоторого , то из сходимости  сходимость , а из расходимости  расходимость 

* признак сравнения рядов в предельной форме:

если , то ряды  и сходятся или расходятся одновременно.

*Примечание*. Для сравнения часто берется обобщенно гармонический ряд , который сходится для *p* > 1 и расходится для *p* ≤ 1;

* признак Даламбера:

если , то ряд  сходится при *q* < 1, расходится при *q* > 1, а для *q* = 1 признак ответа не дает;

* радикальный признак Коши:

если , то ряд  сходится при *q* < 1, расходится при *q* > 1, а для *q* = 1 признак ответа не дает;

* интегральный признак Коши:

если существует монотонно убывающая функция ƒ(*x*) такая, что , то ряд  сходится или расходится одновременно с интегралом .

**Ряды со знакопеременными членами:**

* если члены ряда  имеют произвольные знаки, то этот ряд называется *абсолютно сходящимися*, если ряд сходится;
* если ряд  расходится, а ряд  сходится, то он называется *условно сходящимся*;

Признак сходимости для знакочередующихся рядов - признак Лейбница:

если при *n* → ∞ члены ряда монотонно стремятся к нулю, то есть

| *bn* | > | *bn*+1 | и , то ряд  сходится и остаток ряда *rn* удовлетворяет неравенству | *rn* | = | *S - Sn* | < | *bn* |.

**Степенные ряды:**

* степенным рядом называется ряд вида 
* интервал (*x*0 – *R*; *x*0 + *R*) является интервалом сходимости ряда, если ряд сходится при всех | *x* - *x*0 | < *R* и расходится при | *x* - *x*0| > *R*, *R* – радиус сходимости;
* радиус сходимости находится по формуле  или ;
* область сходимости находится с помощью исследований сходимости ряда на концах интервала сходимости;
* ряды Маклорена для элементарных функций:

, | *x* | < ∞;

, | *x* | < ∞;

, | *x* | < ∞;

, | *x* | < 1;

, | *x* | < 1.

*Примечание.*

 называется рядом Тейлора функции ƒ(x) в окрестности точки *x*0.

**Примеры.**

1. Исследовать сходимость ряда с положительными членами:

а). 

По необходимому признаку  ряд расходится;

б). .

Сравним с рядом , который сходится как ряд  при .

 исходный ряд тоже сходится;

в). 

По признаку Даламбера

 ряд расходится;

г). 

По признаку Даламбера

 ряд сходится.

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд:

а). ,  , по признаку Коши

 ряд сходится, а исходный ряд сходится абсолютно;

б).  ряда  расходится по признаку сравнения с рядом , так как 



Исходный ряд знакочередующийся и удовлетворяет признаку Лейбница

 и члены ряда по абсолютной величине монотонно убывают. Таким образом, ряд сходится условно.

3. Разложить функцию ƒ(*x*) в ряд Тейлора в окрестности точки  и найти область сходимости ряда:

а). 

Заметим, что  и воспользуемся разложением



Положим , тогда  , а



 сходится при  или | 2*x* | < 1, | *x* | < 

б). 

Преобразуем *ƒ*(*x*) к виду 

. В разложении  положим  и получим .

Ряд сходится при 

1. С помощью разложения в ряд Маклорена вычислить  с точностью 



Это знакочередующийся ряд удовлетворяющий признаку Лейбница. Так как , то с точностью 0.001

.

ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ (1 семестр)

Практическая работа «Предел и непрерывность функции одной переменной»

**3. Найти пределы последовательностей и функций:**

3.1.  3.2. 

3.3.  3.4. 

3.5.  3.6. 

3.7.  3.8. 

3.9.  3.10. 

3.11.  3.12. 

3.13.  3.14. 

3.15.  3.16. 

3.17.  3.18. 

3.19.  3.20. 

3.21.  3.22. 

3.23.  3.24. 

3.25.  3.26. 

3.27.  3.28. 

3.29.  3.30. 

3.31. 

**Практическая работа по теме**

**«Дифференциальное исчисление функции одной действительной переменной»**

**1**. Составить уравнение нормали (в вариантах 1.1 – 1.12) или уравнение касательной (в вариантах 1.13 – 1.31) к данной кривой в точке с абсциссой .

1.1.  1.2. 

1.3.  1.4. 

1.5.  1.6. 

1.7.  1.8. 

1.9.  1.10. 

1.11.  1.12. 

1.13.  1.14. 

1.15.  1.16. 

1.17.  1.18. 

1.19.  1.20. 

1.21.  1.22. 

1.23.  1.24. 

1.25.  1.26. 

1.27.  1.28. 

2.29.  1.30. 

2.31. 

**2. Найти дифференциал .**

2.1. 

2.2. 

2.3.  2.4. 

2.5.  2.6. 

2.7.  2.8. 

2.9.  2.10. 

2.11.  2.12. 

2.13.  2.14. 

2.15.  2.16. 

2.17.  2.18. 

2.19.  2.20. 

2.21.  2.22. 

2.23.  2.24. 

2.25.  2.26. 

2.27.  2.28. 

2.29.  2.30. 

2.31. 

**3. Вычислить приближенно с помощью дифференциала.**

3.1.  3.2. 

3.3.  3.4. 

3.5.  3.6. 

3.7.  3.8. 

3.9.  3.10. 

3.11.  3.12. 

3.13.  3.14. 

3.15.  3.16. 

3.17.  3.18. 

3.19.  3.20. 

3.21.  3.22. 

3.23.  3.24. 

3.25.  3.26. 

3.27.  3.28. 

3.29.  3.30. 

3.31. 

**4. Найти производную .**

4.1.  4.2. 

4.3.  4.4. 

4.5.  4.6. 

4.7.  4.8. 

4.9.  4.10. 

4.11.  4.12. 

4.13.  4.14. 

4.15.  4.16. 

4.17.  4.18. 

4.19.  4.20. 

4.21.  4.22. 

4.23.  4.24. 

4.25.  4.26. 

4.27.  4.28. 

4.29.  4.30. 

4.31. 

**5. Найти производную указанного порядка.**

5.1.  5.2. 

5.3.  5.4. 

5.5.  5.6. 

5.7.  5.8. 

5.9.  5.10. 

5.11.  5.12. 

5.13.  5.14. 

5.15.  5.16. 

5.17.  5.18. 

5.19.  5.20. 

5.21.  5.22. 

5.23.  5.24. 

5.25.  5.26. 

5.27.  5.28. 

5.29.  5.30. 

5.31. 

**6. Провести полное исследование функции и построить её график.**

6.1.  6.2. 

6.3.  6.4. 

6.5.  6.6. 

6.7.  6.8. 

6.9.  6.10. 

6.11.  6.12. 

6.13.  6.14. 

6.15.  6.16. 

6.17.  6.18. 

6.19.  6.20. 

6.21.  6.22. 

6.23.  6.24. 

6.25.  6.26. 

6.27.  6.28. 

6.29.  6.30. 

6.31. 

ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ

**Неопределенный и определенный интеграл**

1. Найти неопределенные интегралы

а) ;

б) ;

в) , сделать проверку;

г) ;

д) , сделать проверку;

е) ;

ж) 

2. Вычислить определённый интеграл

а) ; б).

3. Построить схематический чертёж и найти площадь фигуры, ограниченной линиями

а) y=10-β+(20-α-β)x-x2 и y=(10-α)x+10-β; б) у = 0, х = α, х = β и у = αх+(α+β).

**Числовые и степенные ряды**

1. Исследовать на сходимость ряды с положительными членами

а) ; б) ;

2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость ряд

.

3. Исследовать на сходимость:

а) ;

б) ;

в) ;

г) ;

СПИСОК ИСПЛОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Высшая математика для экономистов/Под ред. Н.Ш. Кремера, - М.:ЮНИТИ, 1998.
2. Гусак А.А. Высшая математика. Т.1,2. Учебник для студентов вузов. – Мн.: ТетраСистемс, 2004.
3. Еремин И.И. Теория линейной оптимизации. Екатеринбург, 1999.
4. Кремер Н.Ш. Высшая математика для экономических специальностей. – М.: изд. Высшая школа, 2006.
5. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика. М.:ЮНИТИ, 2005
6. Математика в экономике: учебно-методическое пособие./ Под ред. Н.Ш. Кремера, - М.: Финстатинформ, 1999.
7. Шипачев В.С. Задачи по высшей математике. М: Высшая школа, 1997.
8. Шипачев В.С. Основы высшей математики. М: Высшая школа, 2002.

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (1 семестр)**

1. Множества. Операции над множествами.
2. Декартово произведение двух множеств
3. Отображения множеств и функции
4. Понятие и представление комплексных чисел.
5. Действия над комплексными числами.
6. Предел функции по Коши и Гейне.
7. Свойства предела.
8. Односторонние пределы.
9. Теорема о существовании двустороннего предела.
10. Предел суммы, произведения и частного двух функций.
11. Замечательные пределы.
12. Непрерывные функции. Свойства.
13. Точки разрыва, их классификация.
14. Понятие бесконечно малых, бесконечно больших величин
15. Основные понятия. Способы задания последовательностей.
16. Понятие предела последовательности.
17. Ограниченные последовательности
18. Бесконечно малые последовательности
19. Бесконечно большие последовательности.
20. Понятие функции.
21. Предел функции в конечной точке и в бесконечности.
22. Предел функции в точке.
23. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
24. Нахождение пределов с использованием свойств эквивалентных величин.
25. Производная функции.
26. Производные основных элементарных функций.
27. Дифференцируемость функций.
28. Производные основных элементарных функций. Таблица производных.
29. Производная сложной функции.
30. Правило дифференцирования: производная суммы, произведения и частного.
31. Дифференциал функции.
32. Производная и дифференциалы высших порядков.
33. Основные теоремы дифференциального исчисления: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя.
34. Экстремумы: необходимое условие.
35. Точка перегиба.
36. Асимптоты.
37. Полное исследование функции.
38. Задачи, приводящие к понятию производной.
39. Определение производной, ее геометрический и механический смысл. Уравнение касательной.
40. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функций.
41. Дифференцирование неявных и параметрически заданных функций.
42. Дифференциал и его применение.
43. Инвариантность формы первого дифференциала.
44. Производные и дифференциалы высших порядков.

**ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ (2 семестр)**

1. Понятия первообразной и неопределенного интеграла.
2. Свойства неопределенного интеграла.
3. Таблица основных неопределенных интегралов.
4. Метод непосредственного интегрирования.
5. Методы интегрирования подстановкой и по частям.
6. Интегрирование дробно-рациональных функций.
7. Понятие определенного интеграла, его. геометрический и физический смысл .
8. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Основные свойства определенного интеграла.
10. Приложения определенного интеграла. Вычисление площади плоских фигур.
11. Приложения определенного интеграла к решению геометрических задач.
12. Функция многих действительных переменных.
13. Предел и непрерывность функции двух действительных переменных.
14. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух действительных переменных.
15. Экстремумы функции двух переменных.
16. Наибольшее и наименьшее значения функции двух действительных переменных.
17. Двойные интегралы.
18. Понятие дифференциального уравнения.
19. Основные понятия дифференциальных уравнений с разделяющимися переменными.
20. Однородные дифференциальные уравнения.
21. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.
22. Основные понятия дифференциальных уравнений высших порядков. Задача Коши.
23. Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка.
24. Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
25. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
26. Определение числового ряда.
27. Необходимый признак сходимости.
28. Признаки сравнения положительных рядов.
29. Признаки Даламбера, радикальный и интегральный признаки Коши.
30. Знакочередующиеся ряды.
31. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды.
32. Абсолютная и условная сходимость.
33. Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость.
34. Степенные ряды. Радиус и интервал сходимости.
35. Ряды Тейлора и Маклорена, Разложение элементарных функций.