

ГБПОУ «ТТТ»
«Параллельность прямых и
плоскостей».

Преподаватель
высшей категории:
Гардт С.М.



АННОТАЦИЯ ЦОР

- Геометрия. Раздел «Параллельность прямых и плоскостей».
- Гардт Светлана Михайловна, ГБПОУ Троицкий технологический техникум.
- Работа представляет собой мультимедийный продукт, состоящий из: учебного пособия, включающего теоретический материал, практические задания. Пособие может быть использовано непосредственно в работе с обучающимися на уроках: для изучения нового материала, организации самостоятельной работы, повторения и обобщения знаний, а также для самостоятельных занятий.

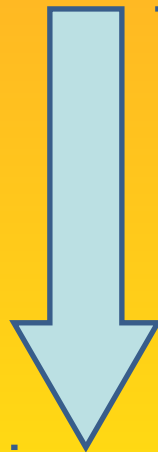


Содержание слайдов

- | | | | |
|-----|--|-----|------------------------------------|
| 1. | Титульный лист. | 20. | Пример. |
| 2. | Аннотация ЦОР. | 21. | Решение. |
| 3. | Содержание ЦОР. | 22. | Тема |
| 4. | Тема раздела. | 23. | Скрещивающиеся прямые |
| 5. | Тема1. | 24. | Признак скрещивающихся прямых |
| 6. | Определение параллельных прямых | 25. | Пример. |
| 7. | Лемма. | 26. | Решение |
| 8. | Пример | 27. | Тема 3. |
| 9. | Решение | 28. | Взаимное расположение плоскостей |
| 10. | Определение пересекающихся прямых | 29. | Признак параллельности плоскостей. |
| 11. | Теорема о параллельных прямых | 30. | Свойство1. |
| 12. | Параллельность прямой и плоскости. | 31. | Пример. |
| 13. | Признак параллельности прямой и плоскости. | 32. | Решение. |
| 14. | Пример | 33. | Свойство2. |
| 15. | Решение. | | |
| 16. | Утверждение1 | | |
| 17. | Пример | | |
| 18. | Решение. | | |
| 19. | Утверждение2 | | |



**Параллельность
прямых и
плоскостей.**



**Параллельность
прямых, прямой
и плоскости.**

**Параллельность пло
скостей.**

**Взаимное распол
ожение прямых в
пространстве.**



Параллельность прямых, прямой и плоскости



Параллельные прямые в пространстве

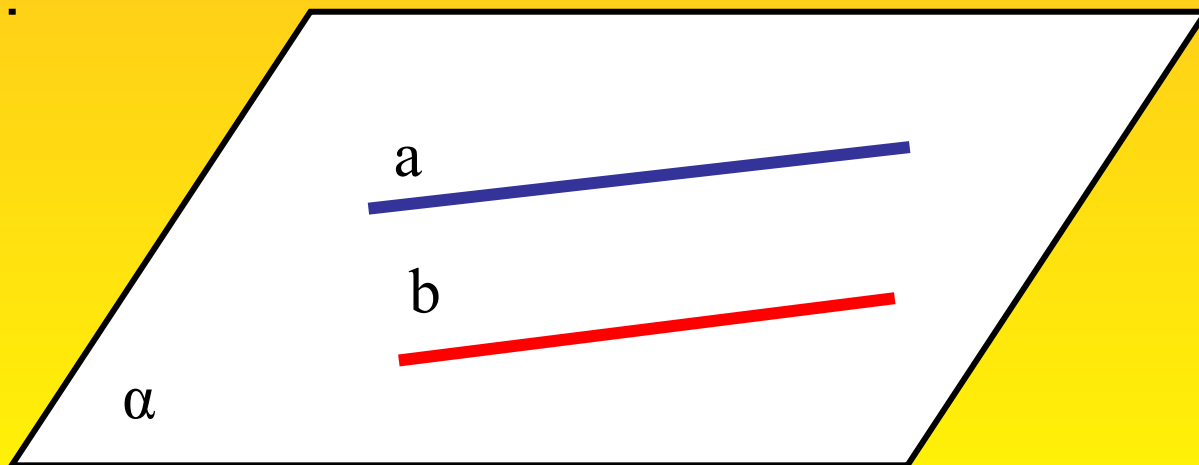


Параллельность прямой
и плоскости



Определение

Две прямые называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются

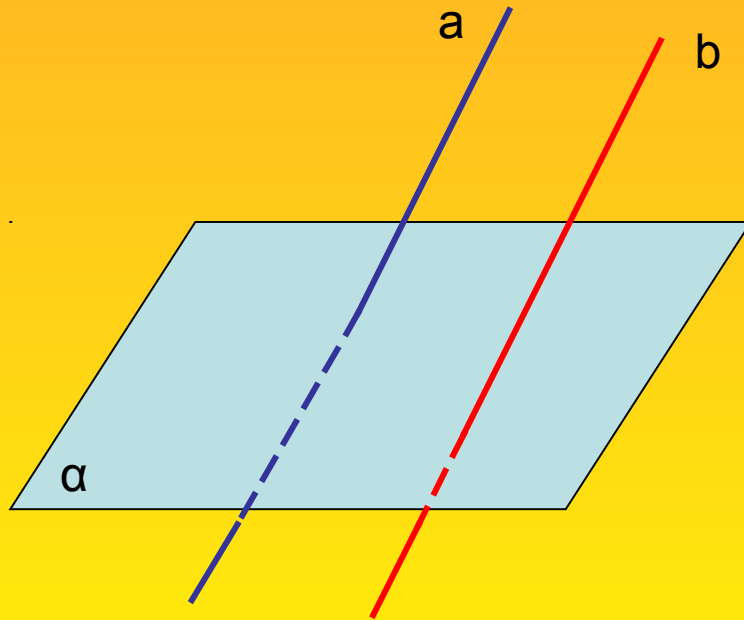


$a \parallel b$



Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость



$a \parallel b$; a пересекает α
 b пересекает α

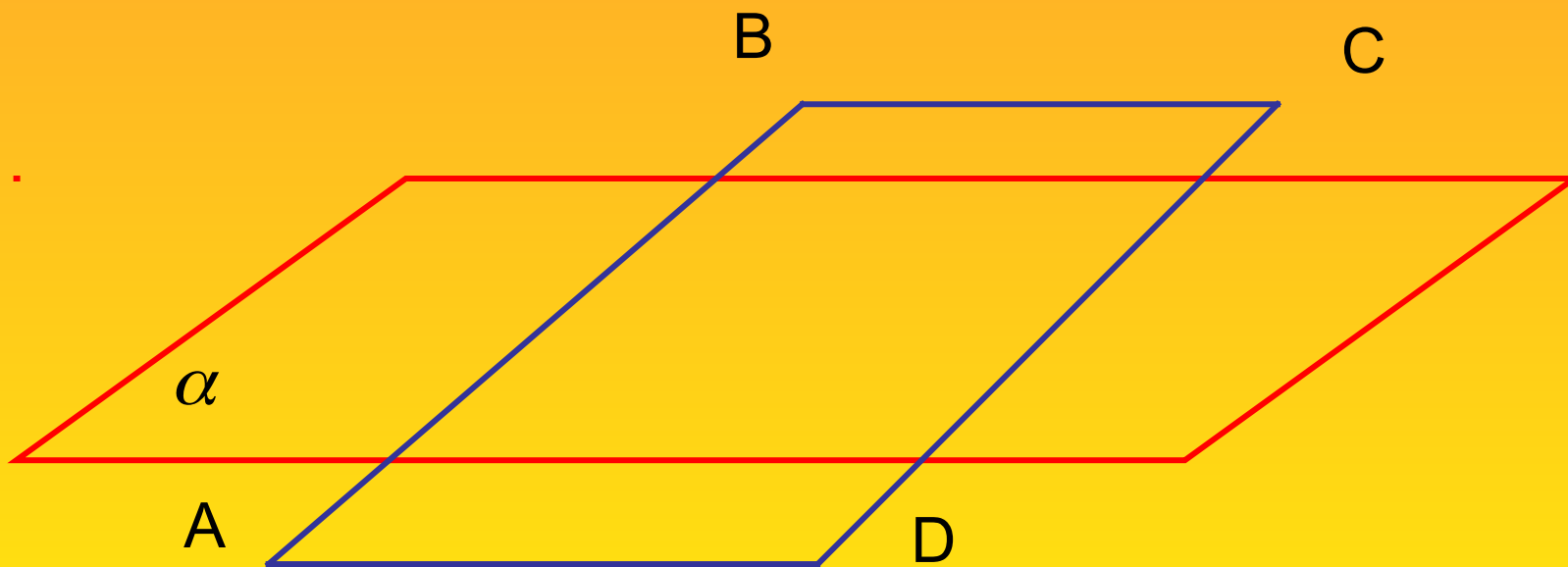
Пример:

Доказательство:



Дано: $ABCD$ – параллелограмм. $AB \cap \alpha$

Доказать: $CD \cap \alpha$

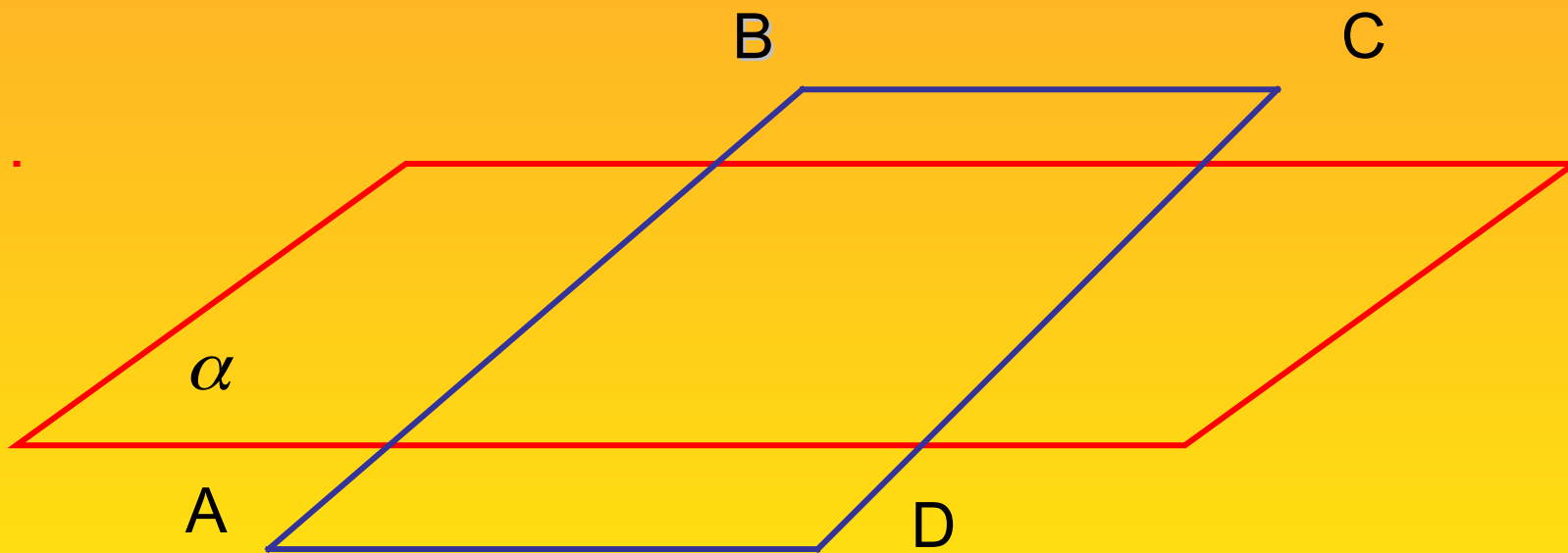


Доказательство:



Доказательство:

$AB \parallel CD$ по определению параллелограмма $\Rightarrow CD \cap \alpha$

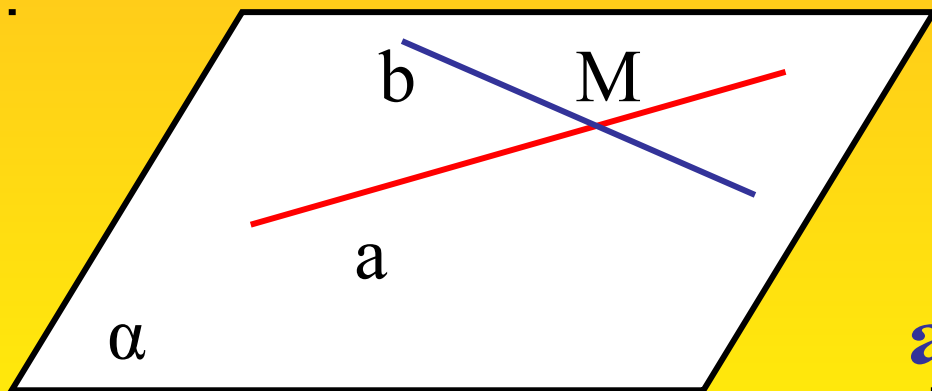


Лемма



Определение

Две прямые называются
пересекающимися, если они лежат в
одной плоскости и имеют общую точку.

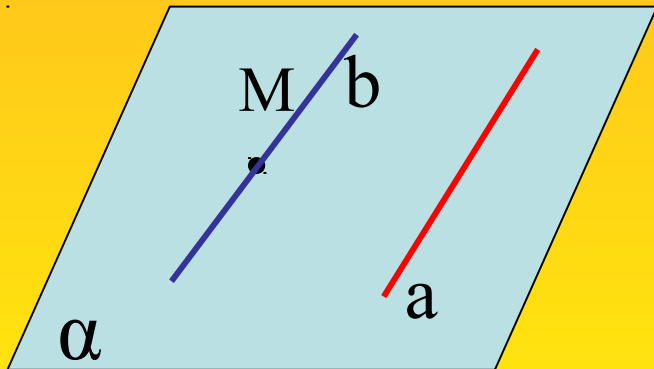


$$a \cap b = M$$



Теорема о параллельных прямых

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



Дано: $\alpha, M \notin \alpha$.

Доказать:

- 1) Существует $b \parallel a, M \in b$
- 2) b — единственная.

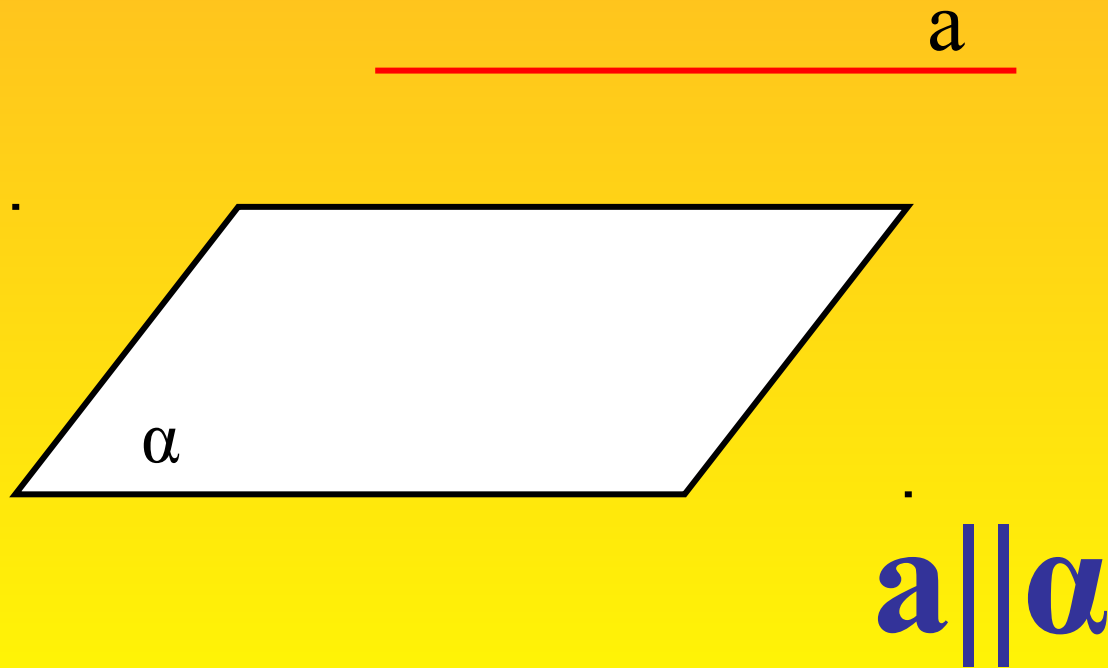
Доказательство:

Через M и a проведем плоскость α (по 1 следствию из аксиомы). Через M проходит $b \parallel a$ по аксиоме планиметрии, причем единственная.

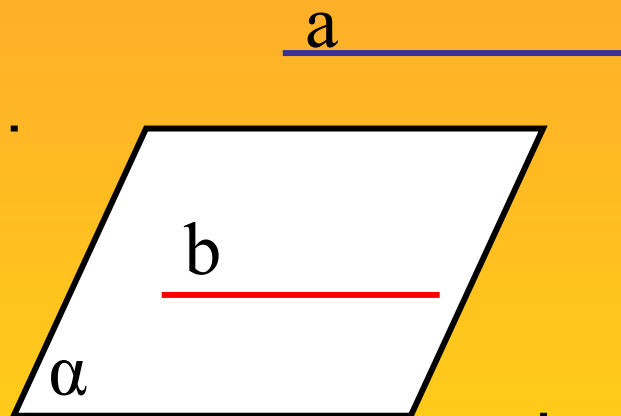


Определение

Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.



Признак параллельности прямой и плоскости.



Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-либо прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

Дано: $a \notin \alpha$, $b \in \alpha$, $a \parallel b$.

Док –ть: $a \parallel \alpha$.

Док-во: Пусть $a \cap \alpha$, значит, по лемме $b \cap \alpha$, Что противоречит условию.

Значит, $a \parallel \alpha$.

Утверждение1

Утверждение2

Пример:

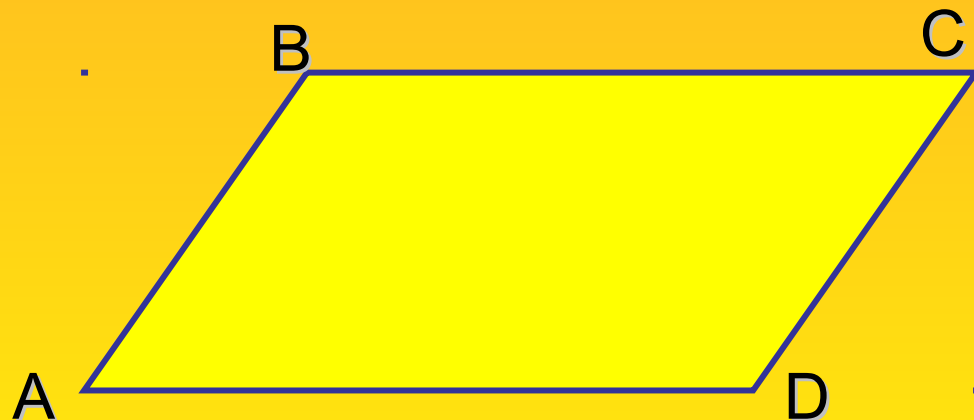


Дано:

ABCD – параллелограмм,

$M \notin ABC$

Доказать: $CD \parallel ABM$ M



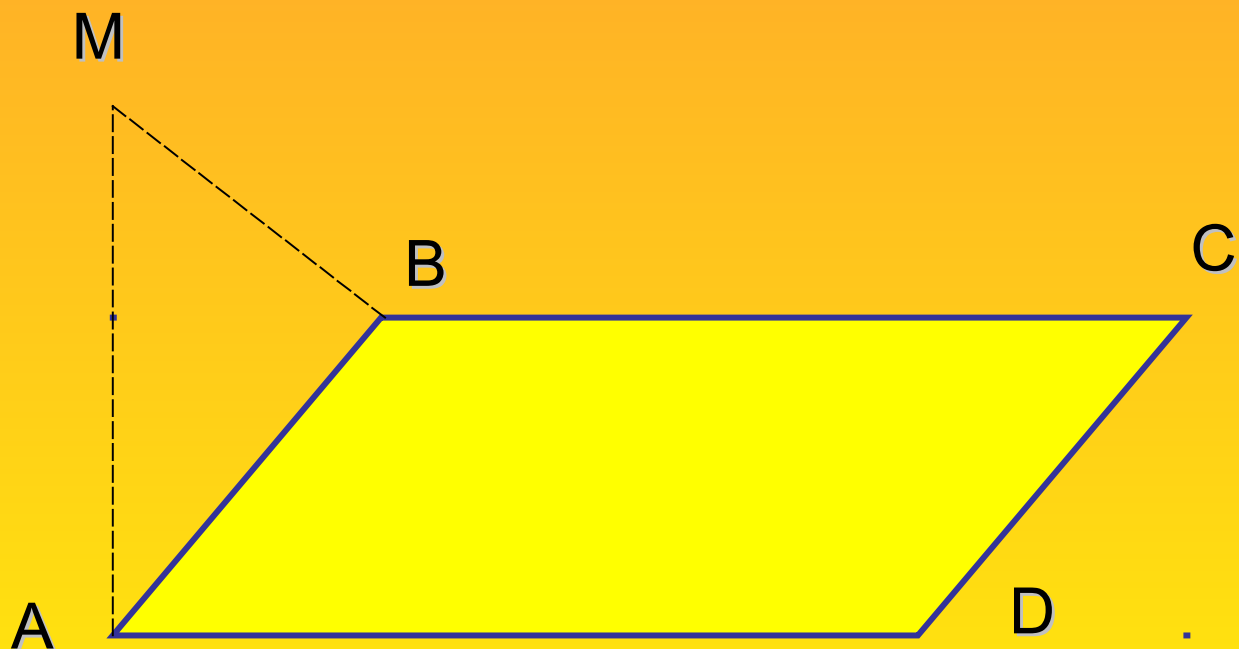
Доказательство:



Доказательство:

$AB \parallel CD$ по определению параллелограмма.

$AB \in ABM \Rightarrow CD \parallel ABM$

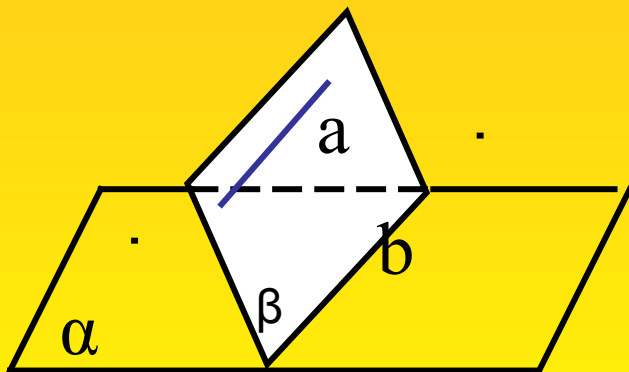


Признак параллельности прямой и плоскости.



Утверждение 1

Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.



Дано: $a \parallel \alpha$ $a \in \beta$, $\beta \cap \alpha = b$

Доказать: $b \parallel a$

Док-во:

a и b лежат в одной плоскости β и не пересекаются: в противном случае a пересекала бы α , а по условию $a \parallel \alpha$.

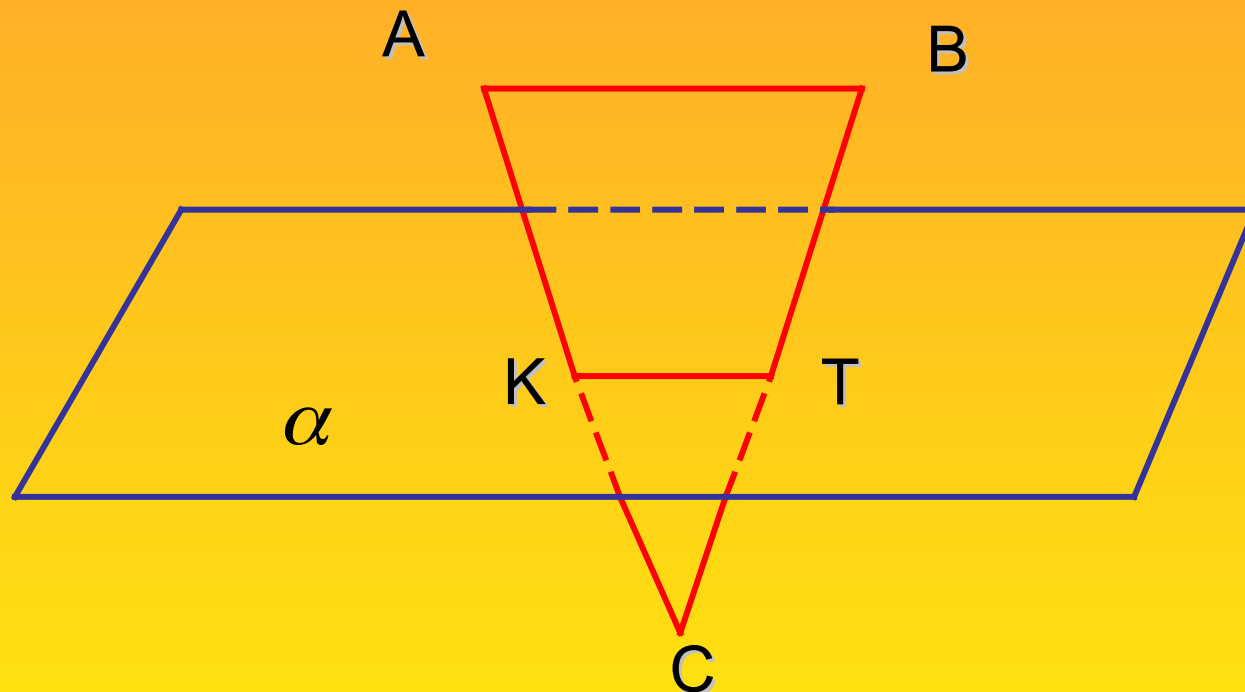
Пример:



Дано: α , $ABC \cap \alpha = KT$

$AB \parallel \alpha$

Доказать: $\triangle KCT \sim \triangle ABC$

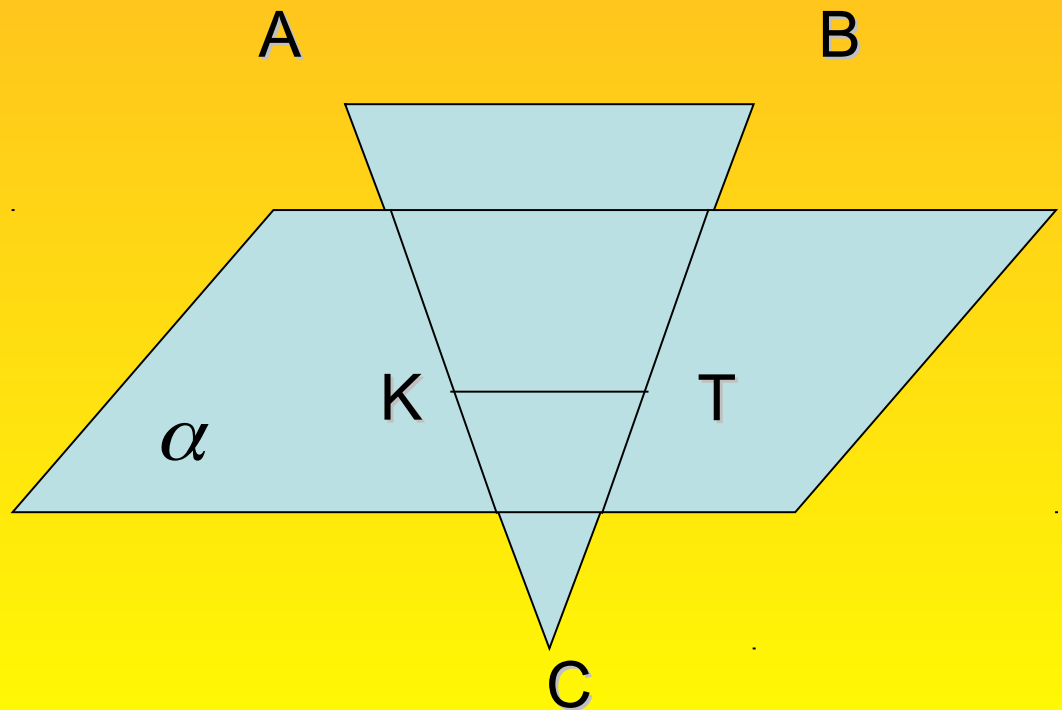


Доказательство:



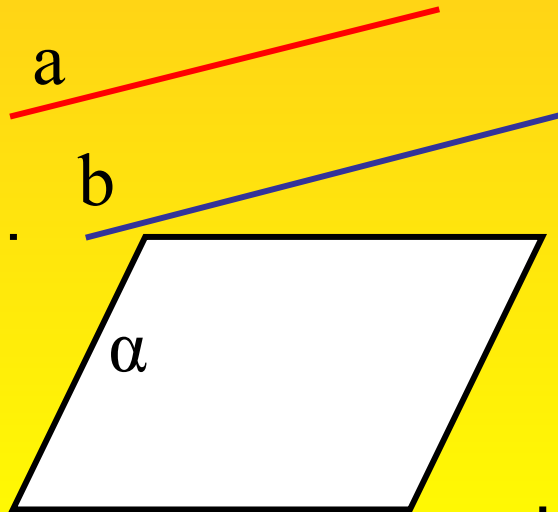
Доказательство: Точки К и Т – общие точки ABC и α
КТ – общая прямая этих плоскостей. ABC проходит через АВ и $ABC \cap \alpha = КТ$, значит $AB \parallel КТ$, т.к. $AB \parallel \alpha$
 $\angle BAC = \angle TКС$ – соответственные при $AB \parallel КТ$ и секущей АС
 $\angle ABC = \angle КТС$ – соответственные при $AB \parallel КТ$ и секущей ВС
 $\triangle КСТ \sim \triangle ABC$ по 1 признаку подобия

1 утверждение:



Утверждение 2

Если одна из двух
параллельных прямых
параллельна данной
плоскости, то другая
прямая либо также
параллельна данной
плоскости, либо лежит в
этой плоскости



Дано: $a \parallel b$, $a \parallel \alpha$

Док-ть: $b \parallel \alpha$ или $b \in \alpha$

Док-во:

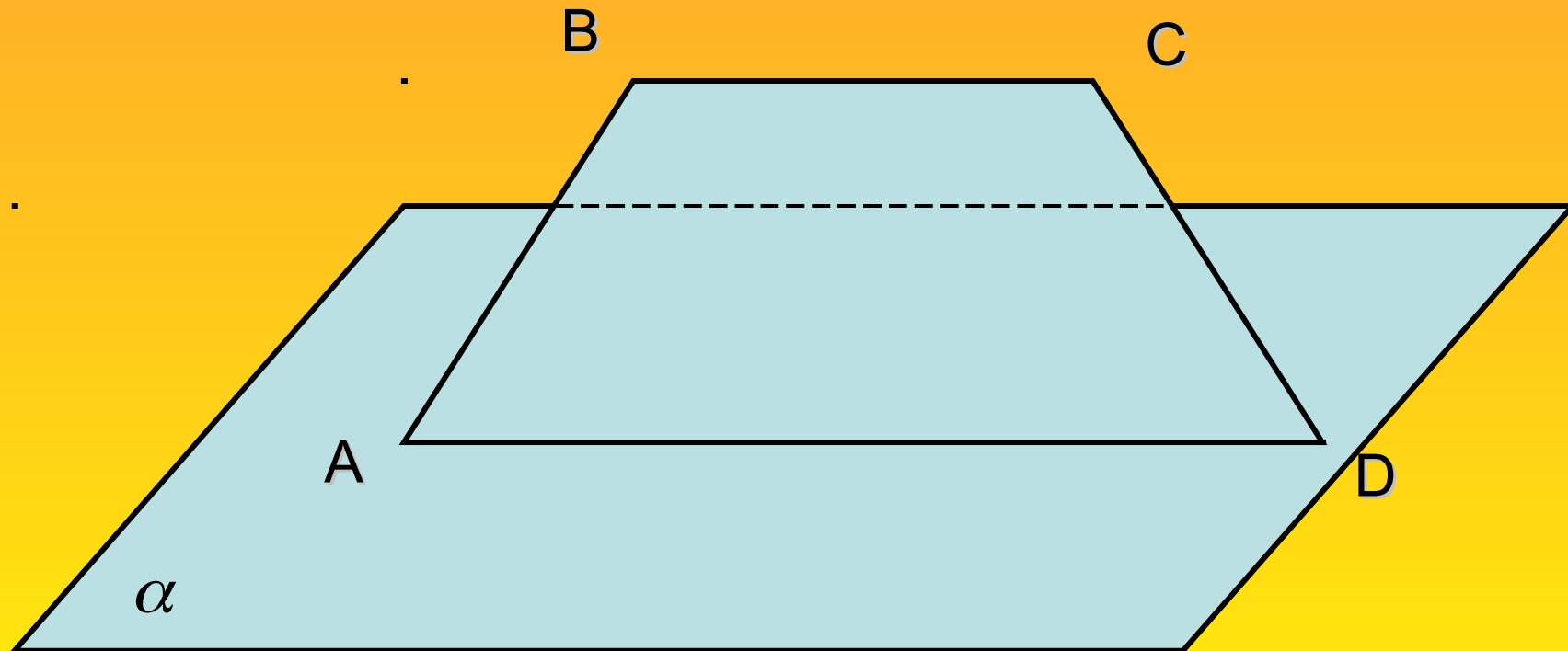
Если $b \cap \alpha$, то по лемме
 $a \cap \alpha$.

Значит, $b \parallel \alpha$ или $b \in \alpha$

Пример:



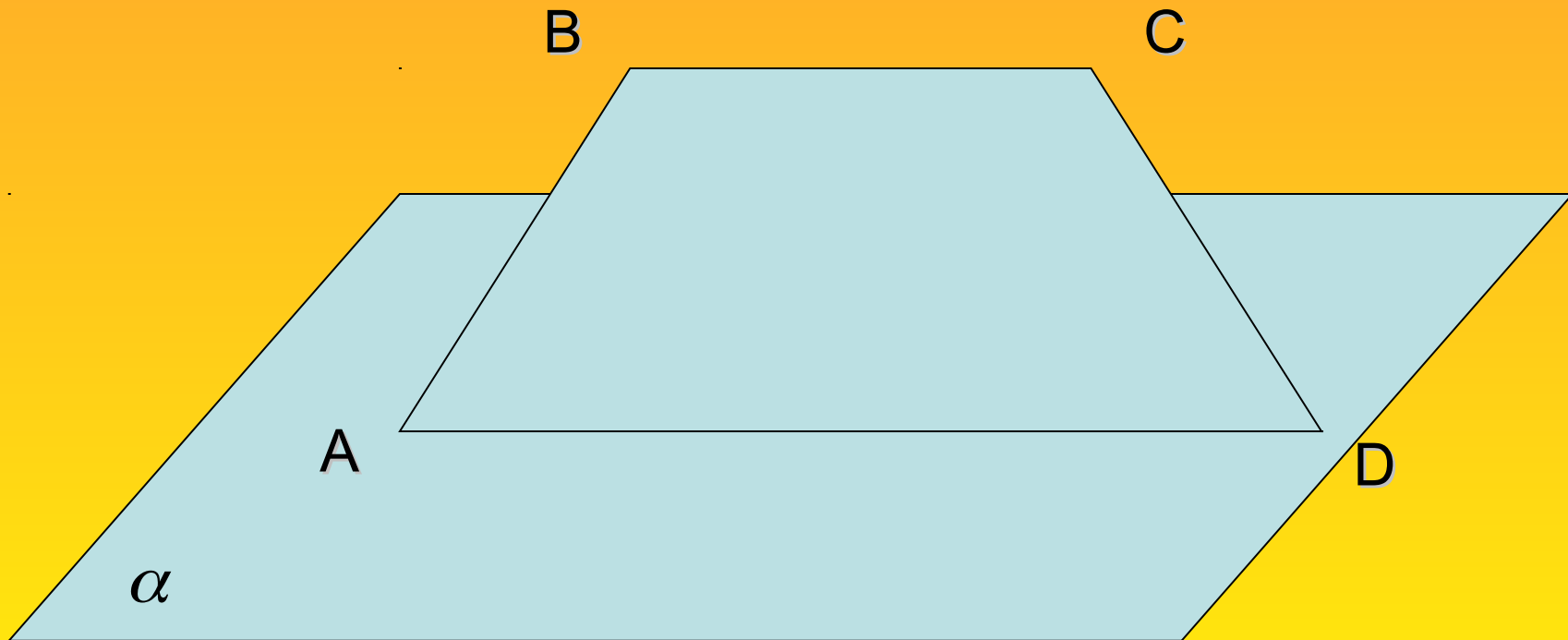
Дано: $ABCD$ – трапеция, $BC \parallel \alpha$, $D \in \alpha$
Доказать: $AD \in \alpha$



Доказательство:



Доказательство: $BC \parallel AD$ по определению трапеции. $D \in AD$; $D \in \alpha \Rightarrow AD \subset \alpha$



2 утверждение



Взаимное расположение прямых в пространстве.



Параллельные



Пересекающиеся

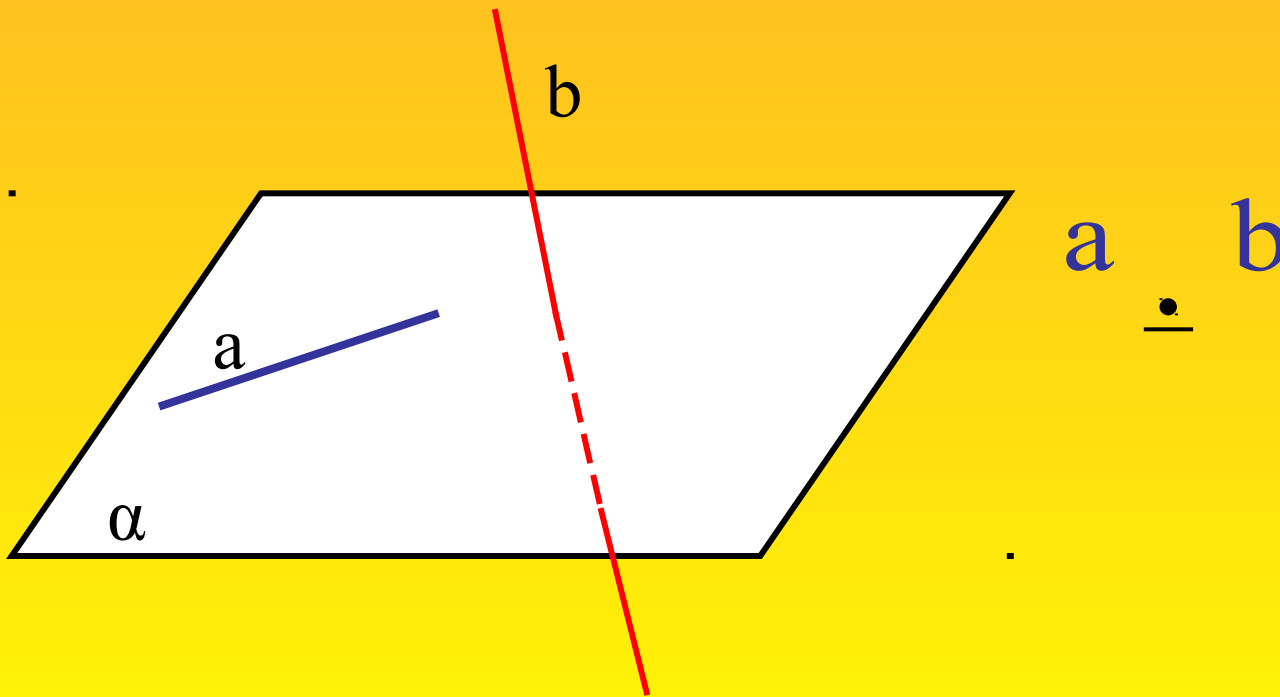


Скрещивающиеся



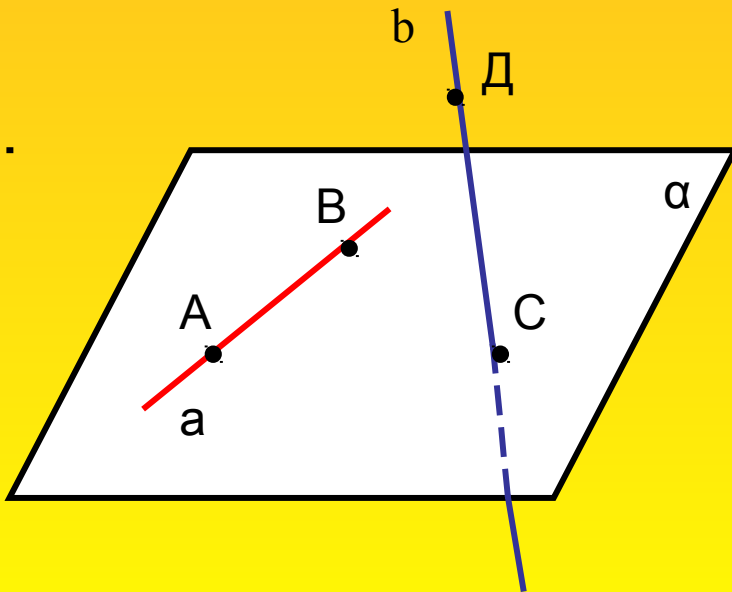
Скрещивающиеся прямые

Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости.



Признак скрещивающихся прямых

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.



Дано: $a \in \alpha$, $b \cap \alpha = C$

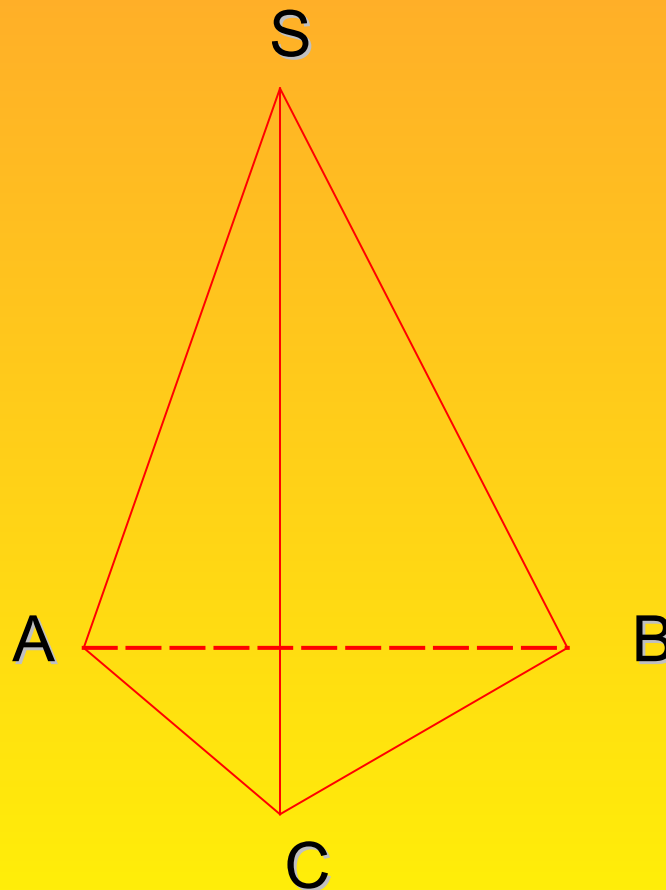
Док-ть: $a \not\parallel b$

Док-во: Если АВ и СД лежат в некоторой плоскости β , то β проходит через a и C , т.е. совпадает с α . Но это неверно:

$C \notin \alpha$. Значит $a \not\parallel b$

Пример:

Дано: $SABC$
Доказать: AC и SB скрещиваются

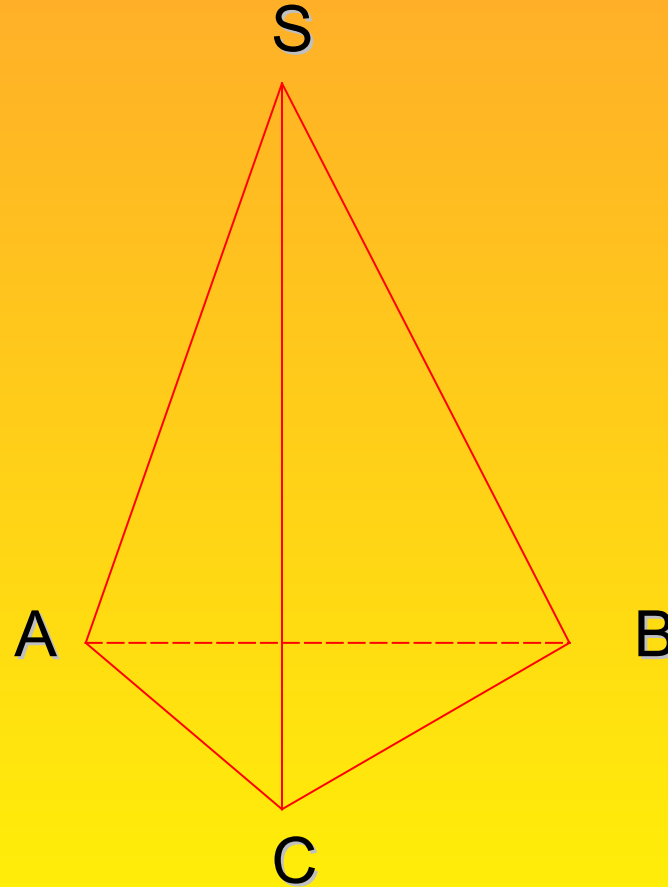


Доказательство:

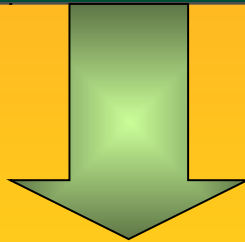


Доказательство: $AC \subset$ в плоскости ABC , а $SB \cap ABC = B$, $B \in AC \Rightarrow AC$ и SB скрещиваются.

Признак
скрещивающихся
прямых.



Взаимное расположение плоскостей.



Признак параллельности плоскостей.

**Свойства
параллельных плоскостей**

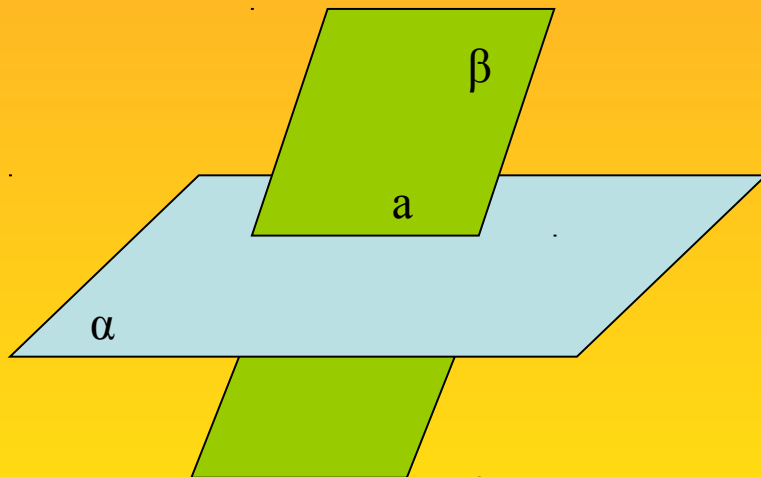
1^o

2^o



Взаимное расположение плоскостей.

Пересекаются



$$\alpha \cap \beta = a$$

Параллельны

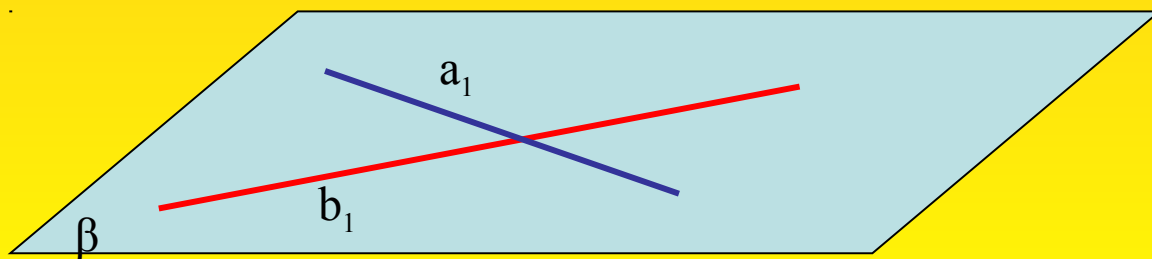
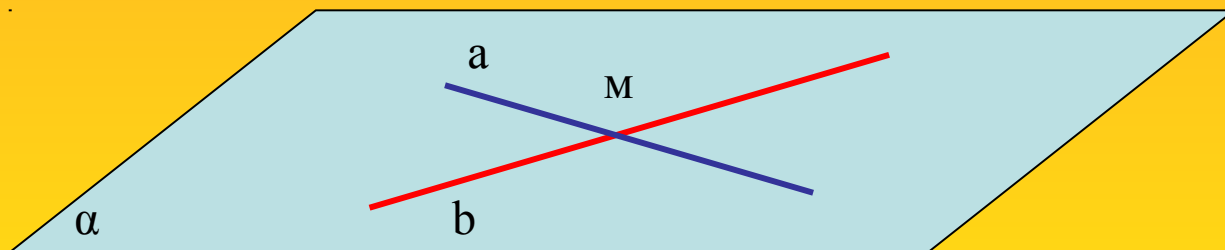


$$\alpha \parallel \beta$$



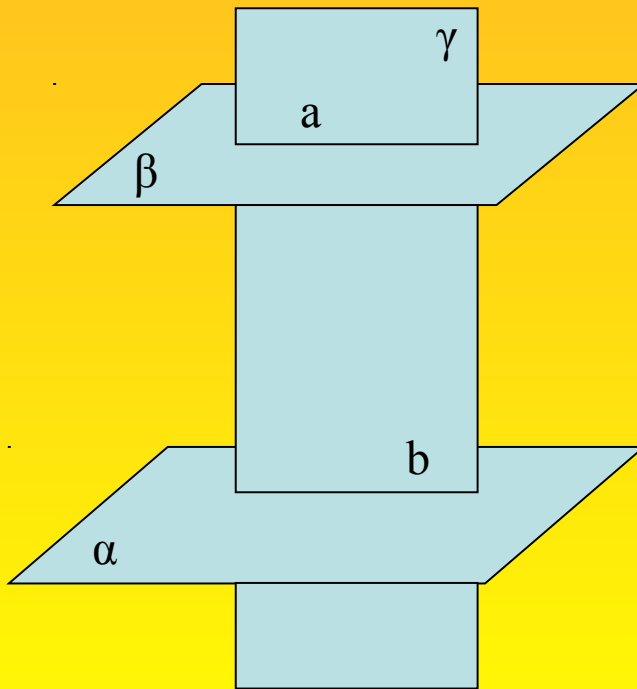
Признак параллельности двух плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.



Свойство 1⁰

Если две параллельные плоскости
пересечены третьей, то линии их
пересечения параллельны.



Если $\alpha \parallel \beta$, $\gamma \cap \alpha = a$
 $\gamma \cap \beta = b$, то $a \parallel b$

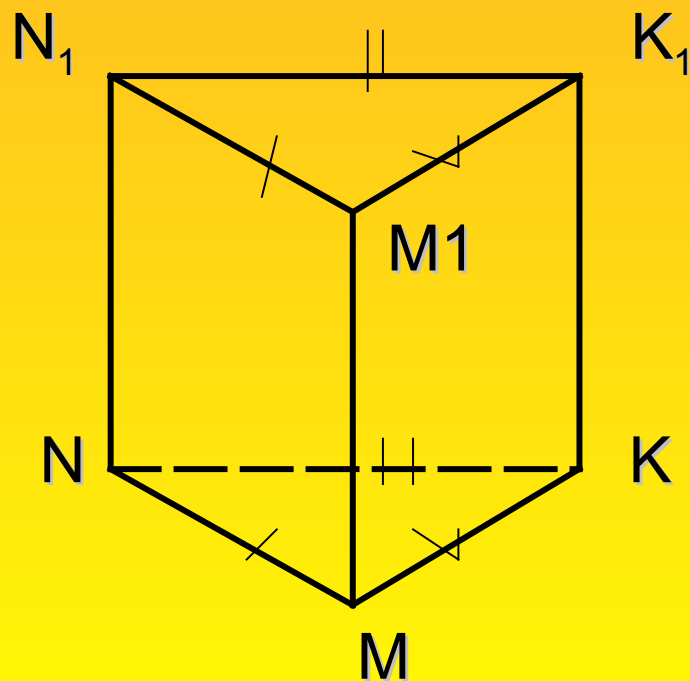
Пример



Дано: $MNKM_1N_1K_1$. $\triangle MNK = \triangle M_1N_1K_1$

$(MN = M_1N_1)$. $MNK \parallel M_1N_1K_1$

Доказать: MM_1N_1N , NN_1K_1K , MM_1K_1K –
параллелограммы :



Доказательство



Доказательство:

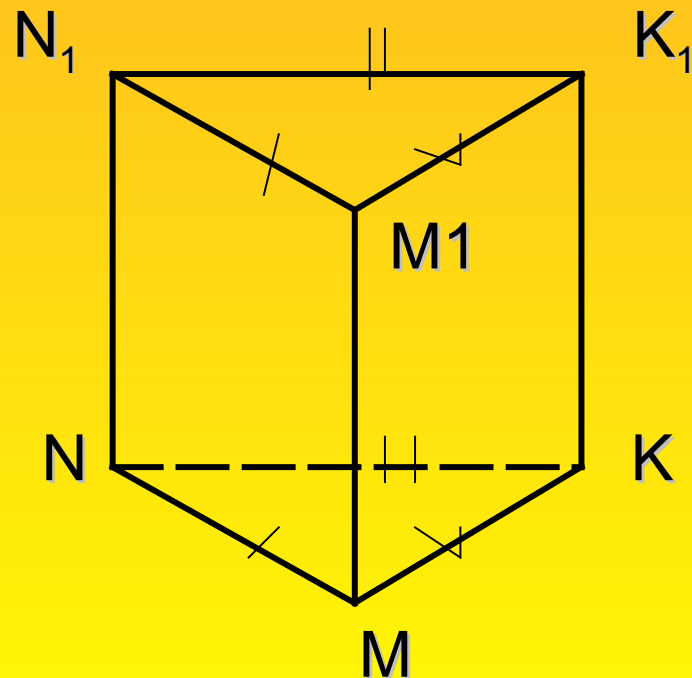
1) $MNK \parallel M_1N_1K_1$ – по условию.

2) $MNN_1 \cap MNK = M_1N_1$

3) $MN \parallel M_1N_1$, но $MN = M_1N_1$ по условию

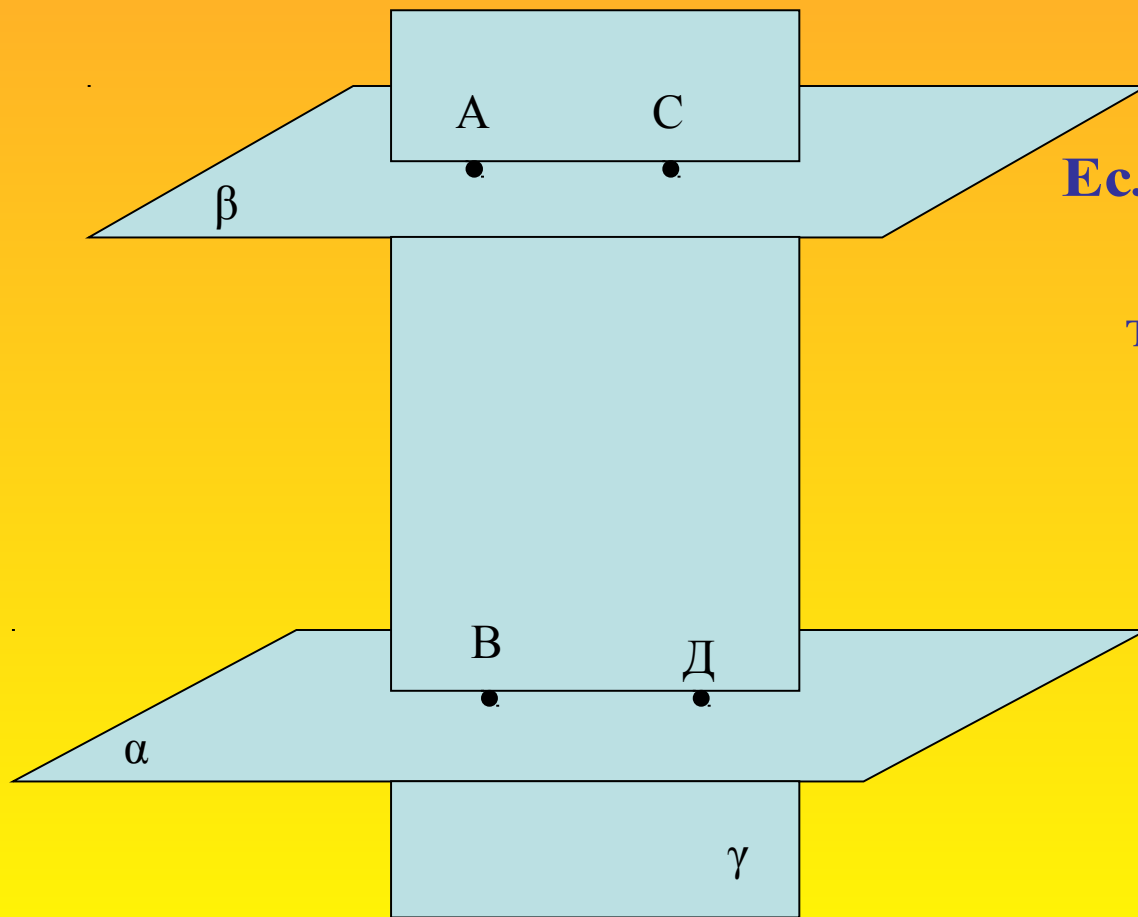
4) MNN_1M_1 – параллелограмм по признаку.

1 свойство



СВОЙСТВО 2⁰

Отрезки параллельных прямых, заключенных между параллельными плоскостями, равны.



Если $AB \parallel CD$, $\alpha \parallel \beta$,

то $AB = CD$

