

ЖИВЫЕ ГРАФИКИ

Шуверова Раиса Ивановна

Тип урока: урок-решения задач.

Учебник: Мордкович и др. Алгебра и начала анализа, 11.

Время проведения: 45 минут.

Целевая группа: учащиеся 11 класса. Урок предназначен для класса с достаточно хорошей математической подготовкой, требует от учителя и учащихся энергичной работы.

Активные формы обучения: фронтальная работа, технология общения, беседа,

Оборудование: компьютер, мультимедийный проектор, презентация, экран, доска мел.

Презентация рассчитана на работу по щелчку, чтобы по темпу урока корректировать показ слайдов.

Цель урока:

показать решение уравнений и систем уравнений с параметрами графическим способом

Задачи урока:

- рассмотреть графический способ решения уравнений и систем уравнений с параметрами;
- показать применение данного способа при решении задачи №18 ЕГЭ и олимпиадных заданий;
- подобрать тренировочные задания для отработки метода решения ;

План урока:

1. Организационный момент.
2. Основная часть
3. Задание на дом.
4. Итог урока
5. Рефлексия.

Ход урока

1.Организационный момент

Добрый день!

Меня зовут Раиса Ивановна Шуверова, я работаю учителем математики в МБОУ «Балдаевская СОШ», и это почти в 2 раза больше, чем сколько вам лет сегодня. Несмотря на это присутствует некоторое волнение по той причине, что передо мной весомая аудитория с большим багажом знаний.

У нас всего 40 минут, и мне очень хотелось бы, чтобы это время пролетело для вас незаметно, но с пользой. Я на деюсь на взаимоуважение, взаимопонимание, взаимоподдержку.

Вы 11-классники, впереди выпускные экзамены. И я думаю, что самое время поговорить об экзамене.

Задание №18 2 части ЕГЭ по математике профильного уровня содержат модуль и параметр. Задания часто бывают весьма сложными и требующими нестандартного подхода к решению. Следовательно, вы должны быть готовы к встрече с такими заданиями. Поэтому, необходимо, научиться решать уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств аналитическим или графическим способом. К данному типу задач мы должны подходить с особой тщательностью и глубиной анализа. В школе же на базовом уровне обучения этот один из наиболее трудных разделов школьного курса математики, рассматривается только на факультативных или элективных занятиях.

Итак, начинаем.

Что такое параметр?

Какое уравнение называется параметрическим?

Что значит решить уравнение с параметром?

Если в уравнение или неравенство, кроме неизвестных, входят числа, обозначенные буквами, то они называются параметрами, а уравнение или неравенство - параметрическим.

Параметр - это переменная величина, которая в процессе решения уравнения (задачи) считают фиксированной и относительно которой проводится анализ полученного решения.

Решить уравнение с параметром - это значит для каждого значения параметра найти значение неизвестной переменной, удовлетворяющее этому уравнению.

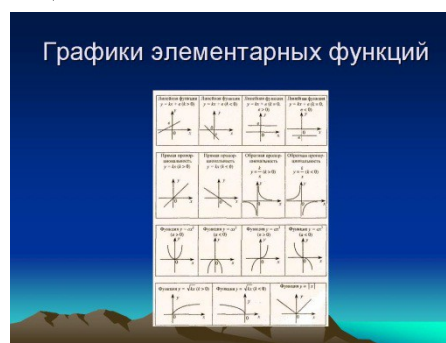
Сегодня на уроке мы будем решать уравнения и системы уравнений с параметрами графическим способом.

Графический метод особенно уместен, когда надо не решать уравнения, а указать, сколько решений оно имеет в зависимости от параметра.

Для успешного результата решения каждый из нас должен четко представлять графики элементарных функций и их схематическое расположение по координатным четвертям.

1. На рисунке изображен график квадратичной функции.

Какая из перечисленных формул задает эту функцию?



2. Укажите номер рисунка, на котором изображен график функции

3. Укажите номер рисунка, на котором изображен график функции

4. Укажите номер рисунка, на котором изображен график функции

5. На рисунке изображен график линейной функции. Какая из перечисленных формул задает эту функцию?

Сформулируем алгоритм решения уравнения с параметром:

1. выделяем в уравнении две функции;
2. строим их графики;
3. сдвигая параллельным переносом график с параметром вдоль осей ОХ или ОУ ищем ответ на вопрос задания.

Разберем задачи, решаемые графическим способом, строя графики на плоскости Оху.

Пример 4. При каком значении параметра a , система имеет единственное решение

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2x, \\ (x-1)^2 + (y-a)^2 &= 1. \end{aligned}$$

\downarrow
 $\downarrow \downarrow \downarrow$ \downarrow

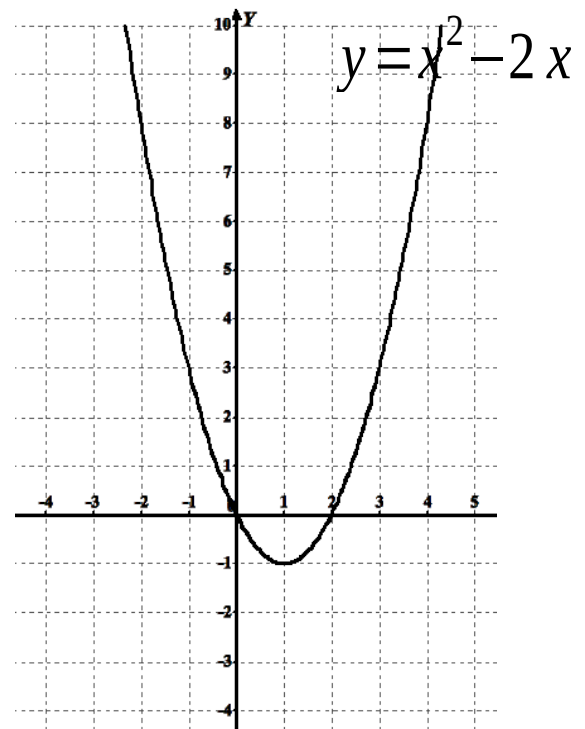
Построим графики уравнений

а) $y=x^2-2x$ или $y=(x-1)^2-1$.

Это квадратичная функция, график – парабола с вершиной (1;-1), ветви которой направлены вверх.

б) уравнение $(x-1)^2+(y-a)^2=1$ описывает окружность с радиусом $R=1$, центром (1;a). С изменением параметра a окружность перемещается по прямой $x=1$.

Система имеет столько решений, сколько общих точек имеют графики. Графики могут не иметь общих точек, иметь одну, две или три общие точки. Выберем то значение параметра a при котором графики имеют одну общую точку, а значит система имеет единственное решение.



Пример 6. Найти наименьшее значение параметра a , при котором система имеет единственное решение

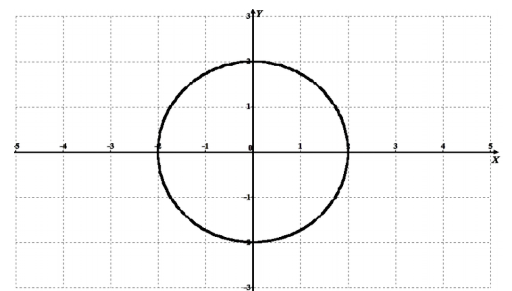
$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 4, \\ |x-a| + |y| &= 1. \end{aligned}$$

Построим графики уравнений:

а) уравнение $x^2+y^2=4$ описывает окружность с радиусом $R=2$, центром (0;0).

б) уравнение $|x-a|+|y|=1$ описывает квадрат. При $a=0$ центром квадрата будет точка (0;0), вершинами - точки: (0;1), (1;0), (-1;0), (0;-1).

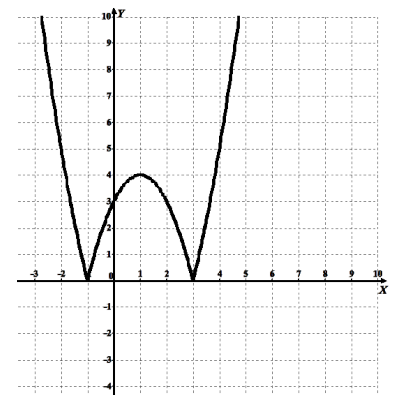
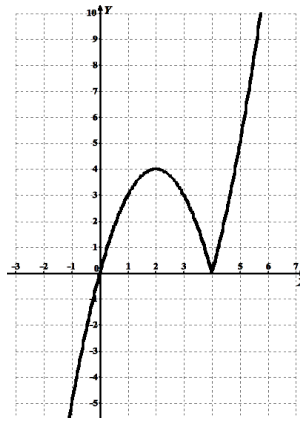
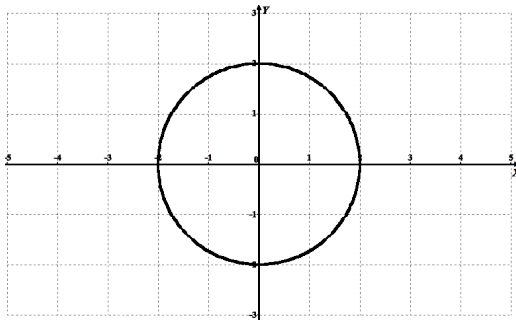
С изменением параметра a , квадрат перемещается по прямой $y=0$. Система имеет столько решений, сколько общих точек имеют графики. Графики могут не иметь общих точек, иметь одну или две общие точки. Выберем те значения параметра a , при котором графики имеют одну общую точку, а значит система имеет единственное решение.



Система имеет единственное решение, если $a=-3$, $a=-1$, $a=1$, $a=3$. Условию удовлетворяет наименьшее из этих чисел: $a=-3$.

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 &= 1, \\ y - |x| &= a. \end{aligned}$$

$$x|x-4|=a \quad |x^2-2x-3|=a.$$



Пример .

Найдите все значения a , при
система уравнений

$$\begin{cases} \frac{xy^2 - 2xy - 4y + 8}{\sqrt{x+4}} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

имеет ровно два

различных решения.

Решение.

Запишем первое уравнение системы в виде

$$\frac{(y-2)(xy-4)}{\sqrt{x+4}} = 0.$$

При $x \leq -4$ левая часть не имеет смысла.
 $x > -4$ уравнение задаёт прямую $y = 2$ и

гиперболу $y = \frac{4}{x}$ (см. рис.). При каждом

значении a уравнение $y = ax$ задаёт прямую с угловым коэффициентом a ,
проходящую через начало координат.

Число решений исходной системы равно числу точек пересечения прямой

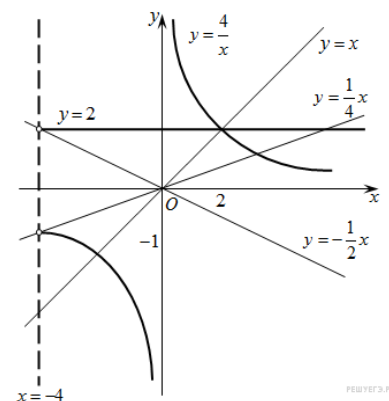
$y = 2$ и гиперболы $y = \frac{4}{x}$ с прямой $y = ax$ при условии $x > -4$.

Прямая $y = ax$ пересекает прямую $y = 2$ при $a < -\frac{1}{2}$ и при $a > 0$; пересекает
правую ветвь гиперболы при $a > 0$; пересекает левую ветвь гиперболы при
 $a > \frac{1}{4}$; проходит через точку пересечения прямой $y = 2$ и гиперболы при
 $a = 1$.

Таким образом, исходная система имеет ровно два решения при $0 < a \leq \frac{1}{4}$ и
при $a = 1$.

Ответ: $0 < a \leq \frac{1}{4}, a = 1$.

каждом из которых



При

Пример: Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (xy^2 - 2xy - 6y + 12)\sqrt{6-x} = 0, \\ y = ax \end{cases}$$

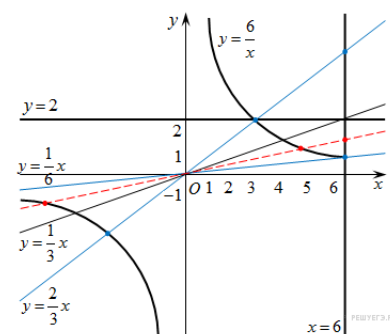
имеет ровно три различных решения.

Решение.

По смыслу задачи $x \leq 6$. На этой области имеем:

$$xy^2 - 2xy - 6y + 12 = 0 \Leftrightarrow xy(y-2) - 6(y-2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (xy-6)(y-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ y = 2. \end{cases}$$



Исходная система имеет ровно три различных решения тогда и только тогда,

когда графики функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = 2$ имеют с прямыми $y = ax$ три различных точки пересечения на области $x \leq 6$ (см. рис.)

Из рисунка видно, что при $a < 0$ два решения;

при $a = 0$ одно решение; при $0 < a \leq \frac{1}{6}$ два решения;

при $\frac{1}{6} < a \leq \frac{1}{3}$ три решения; при $\frac{1}{3} < a < \frac{2}{3}$ четыре решения; при $a = \frac{2}{3}$ три

решения; при $a > \frac{2}{3}$ четыре решения.

Ответ: $\left(\frac{1}{6}; \frac{1}{3}\right] \cup \left\{\frac{2}{3}\right\}$.

Итак, мы рассмотрели уравнения и системы уравнений с параметрами, рассмотрели наиболее рациональный метод их решения (графический метод), быстро приводящий к ответу.

Ученик 11 класса нашей школы составил сборник задач для самостоятельного решения уравнений с параметрами, с указанием ответов.

Надеюсь, что знания, полученные на уроке в процессе работы, помогут вам при сдаче экзаменов и при поступлении в ВУЗ, а наш сборник задач пригодится при подготовке к экзаменам.

Данная тема является очень актуальной в наше время. Для получения более высокого балла по ЕГЭ необходимо изучение данной темы, ведь от сдачи экзаменов зависит ваша дальнейшая жизнь, так как для поступления в ВУЗ понадобится более высокий балл.

Спасибо за поддержку на уроке. Урок окончен, всего вам доброго.
Можно выйти.