

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ СТАВРОПОЛЬСКОГО КРАЯ

**государственное бюджетное профессиональное
образовательное учреждение
«Лермонтовский региональный многопрофильный колледж»
(ГБПОУ ЛРМК)**

МЕТОДИЧЕСКОЕ ПОСОБИЕ

**МДК.02.02 «ТЕХНОЛОГИЯ РАЗРАБОТКИ И ЗАЩИТЫ
БАЗ ДАННЫХ»**

Тема: «ОСНОВЫ РЕЛЯЦИОННОЙ АЛГЕБРЫ»

Разработала преподаватель

Г.Е.Рожкова

г. Лермонтов

2018

СОДЕРЖАНИЕ

	стр.
Введение	3
1. Основные понятия алгебры высказываний	4
2. Логические операции	4
3. Логические функции	8
4. Приоритетность выполнения операций в логических выражениях	8
5. Логические законы	9
6. Задания	10
Заключение	12

ВВЕДЕНИЕ

Методы и алгоритмы обработки информации в реляционных базах данных основываются на теории реляционной алгебры (алгебра логики, булева алгебра, математическая логика).

Алгебра логики представляет собой прежде всего алгебру высказываний.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ АЛГЕБРЫ ВЫСКАЗЫВАНИЙ

Высказывание – это утверждение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Значение «**истина**» обозначают 1,
значение «**ложь**» обозначают 0.

Например, факт истинности высказывания A записывается:

$A = 1$, а факт его ложности: $A = 0$.

Высказывание называется **простым**, если никакая его часть сама не является высказыванием. Иначе высказывание называют **составным**.

Составные высказывания конструируются из простых при помощи **логических операций** (или **логических связок**)

Истинность или ложность высказываний называют их значениями истинности

Высказывания бывают постоянными и переменными. Переменное высказывание – это переменная для обозначения высказывания

2. ЛОГИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ВЫСКАЗЫВАНИЯМИ

- | | |
|--|---------------------------------|
| 1. Логическое отрицание (инверсия) | $\neg A, \bar{A}$ |
| 2. Логическое умножение (конъюнкция) | $A \& B, A \wedge B$ |
| 3. Логическое сложение (дизъюнкция) | $A \vee B, A \mid B$ |
| 4. Логическое следование (импликация) | $A \rightarrow B$ |
| 5. Логическое равенство (эквиваленция) | $A \sim B, A \leftrightarrow B$ |

Логическое отрицание

(инверсия)

$\neg A, \bar{A}$

A	$\neg A$
0	1
1	0

Логическое умножение

(конъюнкция)

$A \& B, A \wedge B$

A	B	$A \& B$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Логическое сложение

(дизъюнкция)

$A \vee B, A \mid B$

A	B	$A \vee B$
0	0	0
0	1	1

1	0	1
1	1	1

Логическое следование (импликация)

$$A \rightarrow B$$

говорят: «если A, то B» или «B следует из A»

A	B	$A \rightarrow B$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Импликация двух высказываний **ложна** тогда и только тогда, когда **из истинного** высказывания **следует ложное**.

Логическое равенство

(эквиваленция)

$$A \sim B, A \leftrightarrow B$$

говорят: «A тогда и только тогда, когда B»

A	B	$A \leftrightarrow B$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Эквиваленция двух высказываний ***истинна*** тогда и только тогда, когда ***оба*** высказывания одновременно ***ложны***, либо ***оба*** высказывания одновременно ***истинны***.

3.ЛОГИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

Любое составное высказывание можно выразить в виде **логического выражения** (формулы), состоящего из логических переменных (обозначающих высказывания) и знаков логических операций.

Любое логическое выражение можно рассматривать как **логическую функцию** $F(X_1, X_2, \dots, X_n)$, аргументами которой являются логические переменные X_1, X_2, \dots, X_n .

Функция, как и аргументы, может принимать только два различных значения: «истина» (1) и «ложь» (0).

Логические выражения называются **равносильными**, если их таблицы истинности совпадают.

4.ПРИОРИТЕТНОСТЬ ВЫПОЛНЕНИЯ ОПЕРАЦИЙ В ЛОГИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЯХ

- | | |
|--|---------------|
| 1. Логическое отрицание (инверсия) | \neg |
| 2. Логическое умножение (конъюнкция) | $\&$ |
| 3. Логическое сложение (дизъюнкция) | \vee |
| 4. Логическое следование (импликация) | \rightarrow |
| 5. Логическое равенство (эквиваленция) | \sim |

5.ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ

(свойства логических операций)

1. Закон двойного отрицания:

$$\neg \neg A = A$$

2. Закон непротиворечия. Высказывание не может быть одновременно истинным и ложным:

$$A \& \bar{A} = 0$$

3. Закон исключенного третьего. Высказывание может быть либо истинным, либо ложным:

$$A \vee \bar{A} = 1$$

4. Законы общей инверсии для дизъюнкции и конъюнкции:

$$\neg (A \vee B) = \bar{A} \& \bar{B}$$

$$\neg (A \& B) = \bar{A} \vee \bar{B}$$

5. Коммутативность конъюнкции и дизъюнкции:

$$A \& B = B \& A$$

$$A \vee B = B \vee A$$

6. Ассоциативность конъюнкции и дизъюнкции:

$$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$$

$$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$$

7. Дистрибутивность

– конъюнкции относительно дизъюнкции:

$$A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$$

– дизъюнкции относительно конъюнкции:

$$A \vee (B \& C) = (A \vee B) \& (A \vee C)$$

8. Правила равносильности:

$$A \& A = A$$

$$A \vee A = A$$

9. Правила исключения констант (тавтология):

– для конъюнкции: $A \& 1 = A$ $A \& 0 = 0$

– для дизъюнкции: $A \vee 1 = 1$ $A \vee 0 = A$

10. Законы поглощения:

$$A \& (A \vee B) = A$$

$$A \vee (A \& B) = A$$

6.ЗАДАНИЯ

Задание № 2

Даны высказывания X и Y:

X = «У меня есть зонтик»

Y = «Идет дождь»

Дана фраза: «Неверно, что у меня есть зонтик, если идет дождь»

Какая логическая формула соответствует этой фразе?

1) $Y \rightarrow \neg X$

2) $\neg (X \rightarrow Y)$

3) $\neg(Y \rightarrow X)$

4) $X \rightarrow \neg Y$

Задание № 2

Даны высказывания X, Y, Z, S:

X = «Будет дождь»

Y = «Температура будет больше 18 градусов»

Z = «Я пойду гулять по городу»

S = «Будет пикник в лесу»

Сформулировать следующие логические выражения:

1) $\neg X \rightarrow Z$

2) $\neg X \& Y \rightarrow S$

$$3) \neg X \ \& \ Y \rightarrow S \vee Z$$

$$4) X \rightarrow \neg S$$

$$5) X \ \& \ \neg Y \rightarrow \neg Z \ \& \ \neg S$$

$$6) \neg X \ \& \ \neg Y \rightarrow \neg (Z \vee S)$$

$$7) X \ \& \ \neg Y \rightarrow Z \ \& \ \neg S$$

$$8) X \vee \neg Y \rightarrow \neg (\neg Z \vee S)$$

Задание № 3

Даны высказывания X, Y, Z, S:

X = «Снег растаял»

Y = «Температура воздуха меньше минус 10 градусов»

Z = «Я поеду кататься на лыжах»

S = «Буду кататься на санках»

Сформулировать следующие логические выражения:

$$1) \neg X \rightarrow Z$$

$$2) \neg X \ \& \ Y \rightarrow S$$

$$3) \neg X \ \& \ Y \rightarrow S \vee Z$$

$$4) X \rightarrow \neg S$$

$$5) X \ \& \ \neg Y \rightarrow \neg Z \ \& \ \neg S$$

$$6) \neg X \ \& \ \neg Y \rightarrow \neg (Z \vee S)$$

$$7) X \ \& \ \neg Y \rightarrow Z \ \& \ \neg S$$

$$8) X \vee \neg Y \rightarrow \neg (\neg Z \vee S)$$

$$9) X \ \& \ (Y \vee \neg Y) \rightarrow \neg Z \ \& \ \neg S$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Логическая алгебра «работает» в различных областях, например, для решения логических задач.

Широко применяется аппарат алгебры логики в технике. Первыми объектами применения алгебры логики для решения технических задач были контактные схемы. Под контактными схемами понимаются электрические цепи, содержащие только контакты. Каждый контакт может находиться в двух состояниях – разомкнут (0) и замкнут (1). Такие цепи изображаются диаграммой.

Если контакты X и Y соединены последовательно, то цепь замкнута, когда оба контакта замкнуты (соответствует булевой функции $X \& Y$) и разомкнута, когда хотя бы один из контактов разомкнут (соответствует булевой функции $X \vee Y$).

Указанное соответствие позволяет любую булеву функцию представить в виде контактной схемы. С другой стороны, любая контактная схема с последовательно или параллельно соединенными контактами реализуется булевой функцией. Задача анализа контактной схемы и состоит в построении соответствующей ей булевой функции.