



Департамент образования
города Москвы
Северо-Западное окружное
управление образования



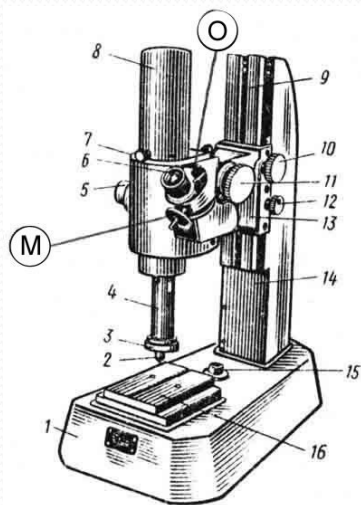
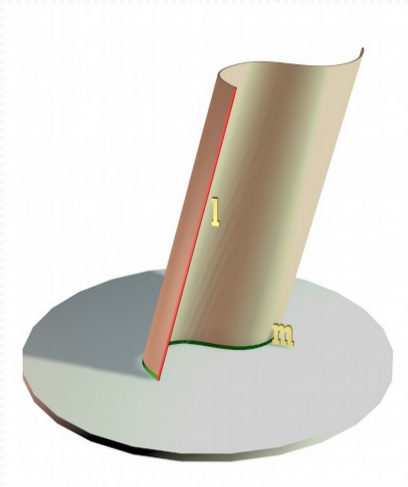
Презентация по геометрии на тему : «Цилиндр»

учителя математики
ГБОУ СОШ №1056

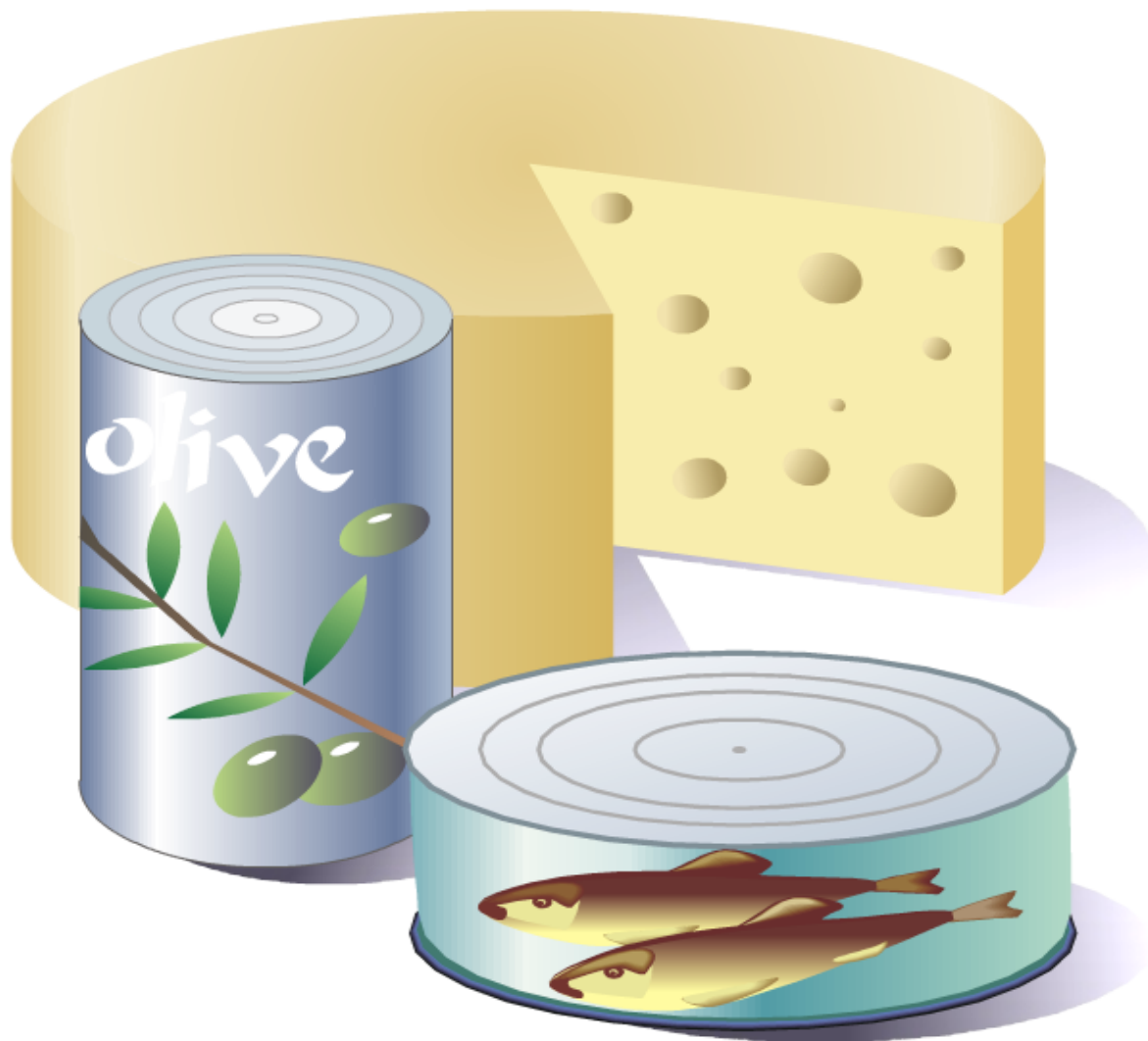
Романенко Елены Алексеевны



Понятие цилиндрической поверхности, цилиндра



Цилиндрическая гастрономия

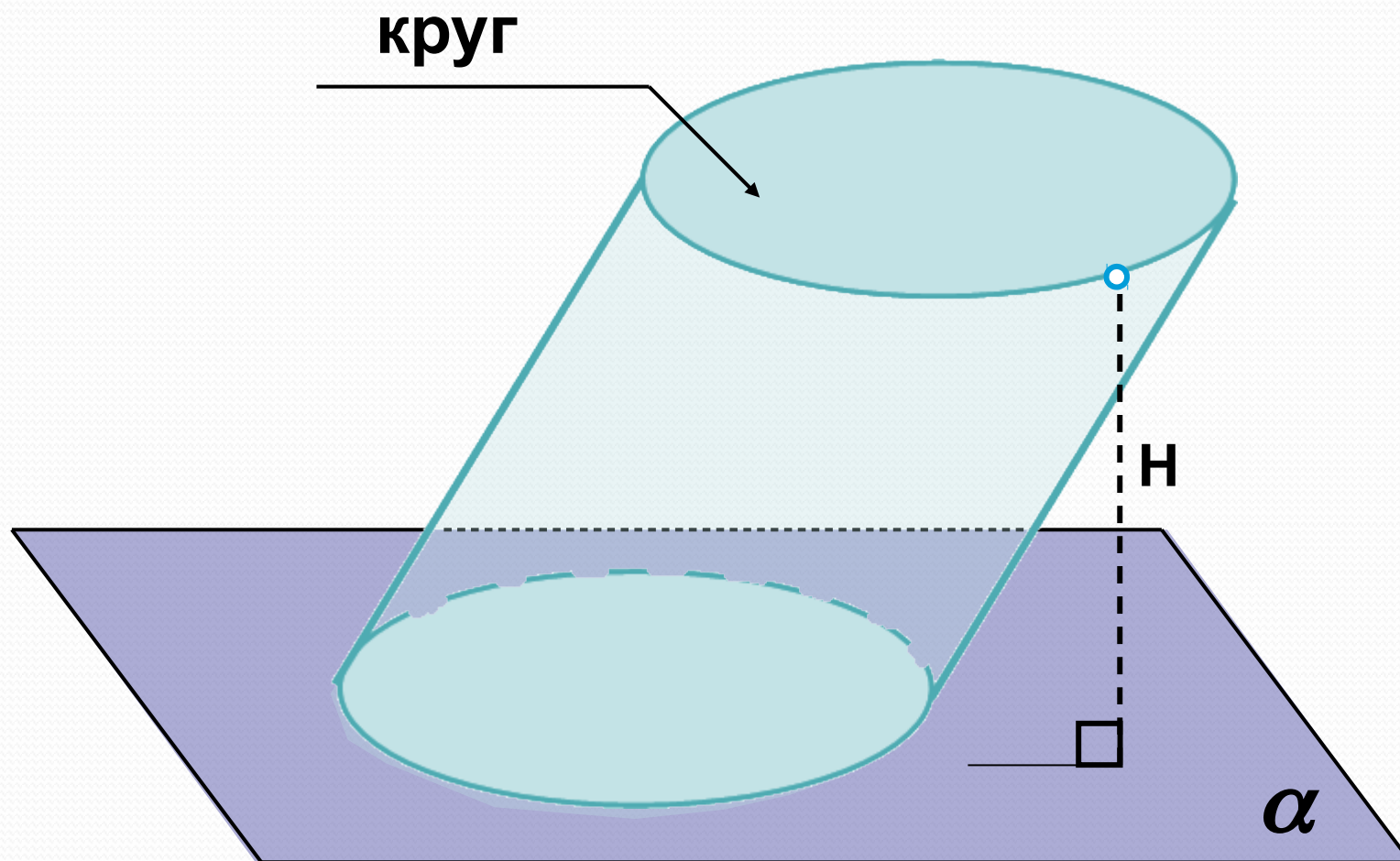




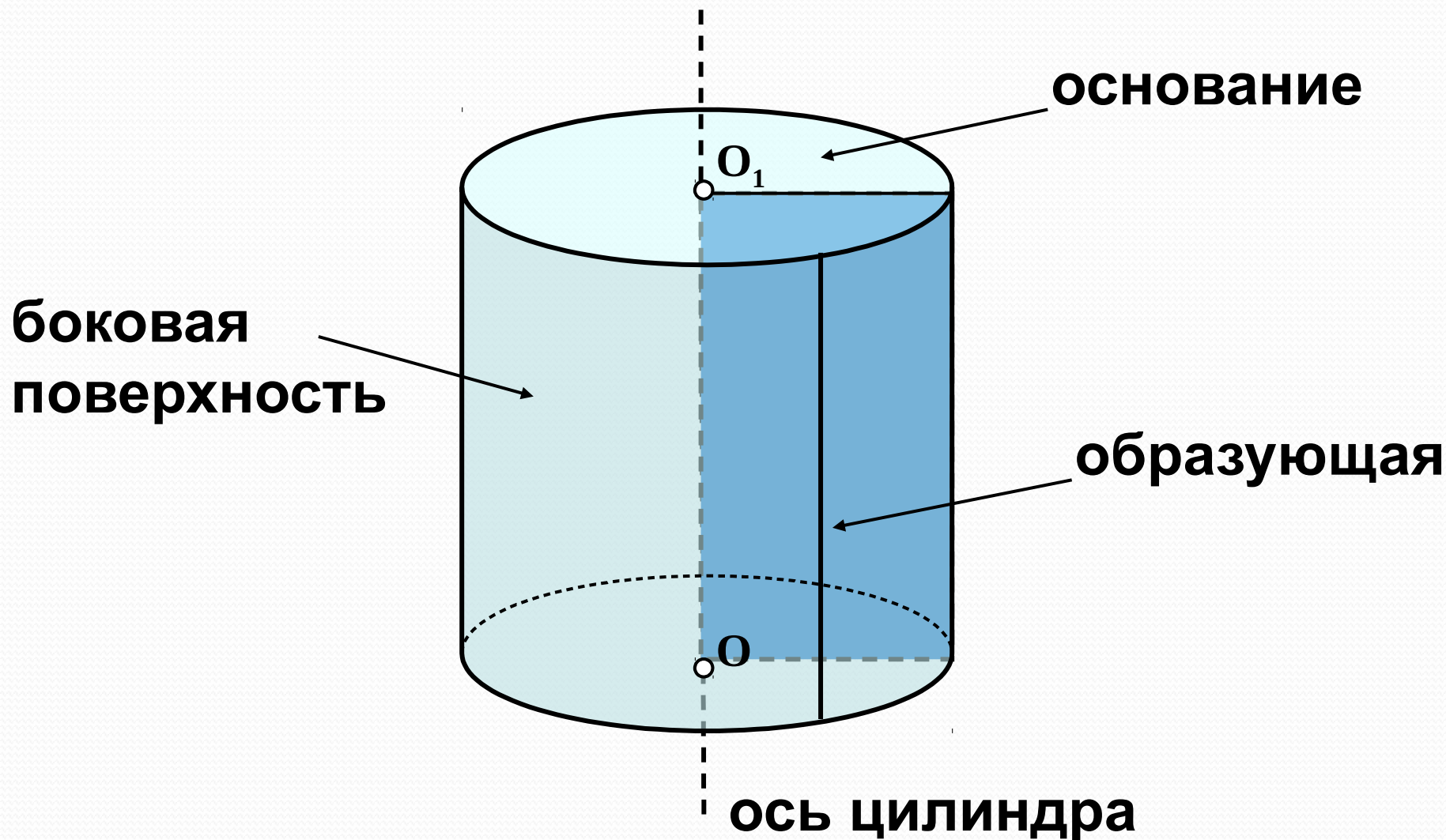
Цилиндрическая архитектура



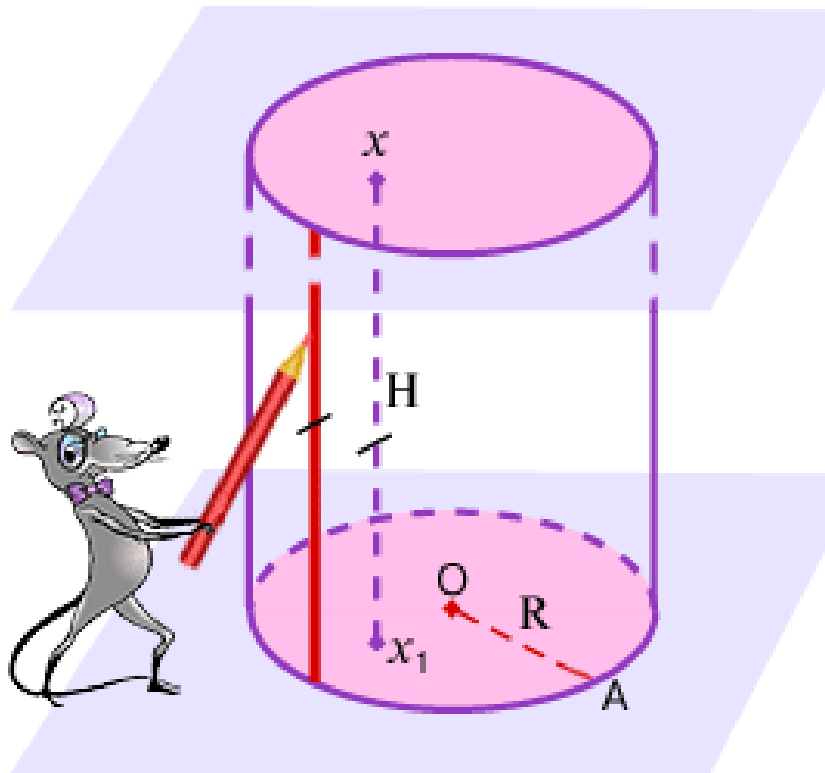
Наклонный круговой цилиндр



Прямой круговой цилиндр



Высота, радиус и ось цилиндра.



$OA = R$ – радиус цилиндра

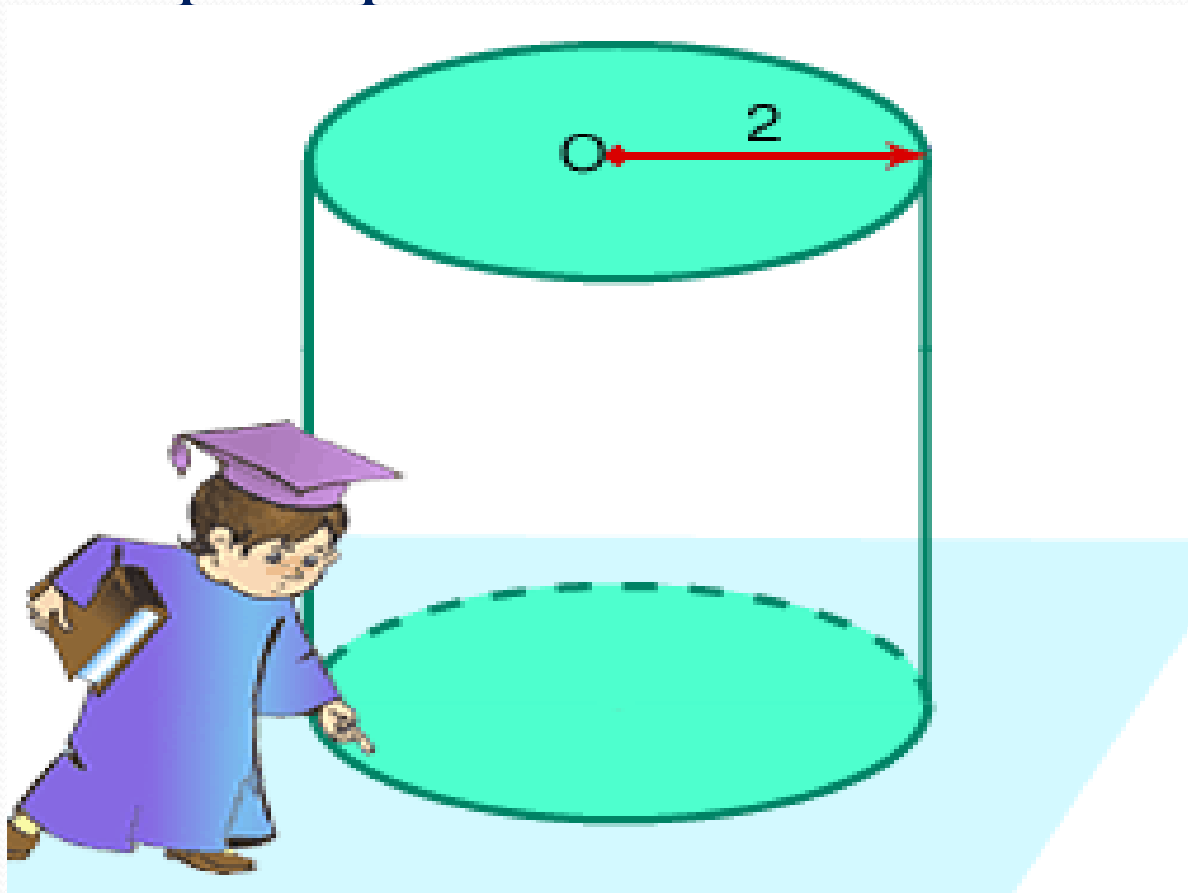
$xx_1 = H$ – высота цилиндра

Радиусом цилиндра наз.
радиус его основания.

Высотой цилиндра
называется расстояние между
плоскостями оснований.

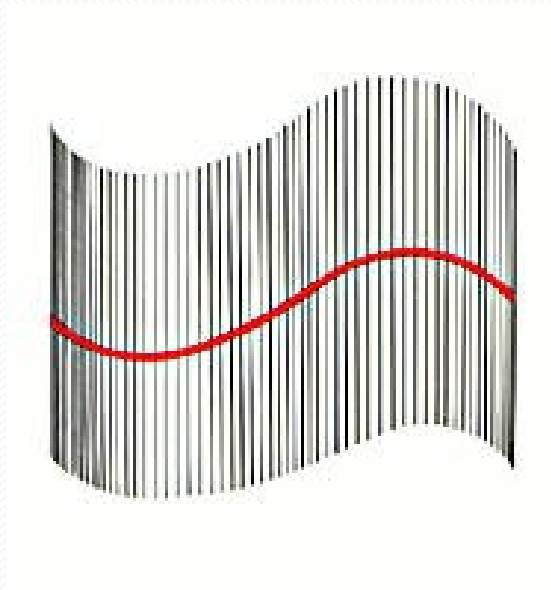
Высота всегда равна
образующей

Вспомните формулу нахождения площади круга и найдите площадь основания цилиндра, радиус которого равен 2.

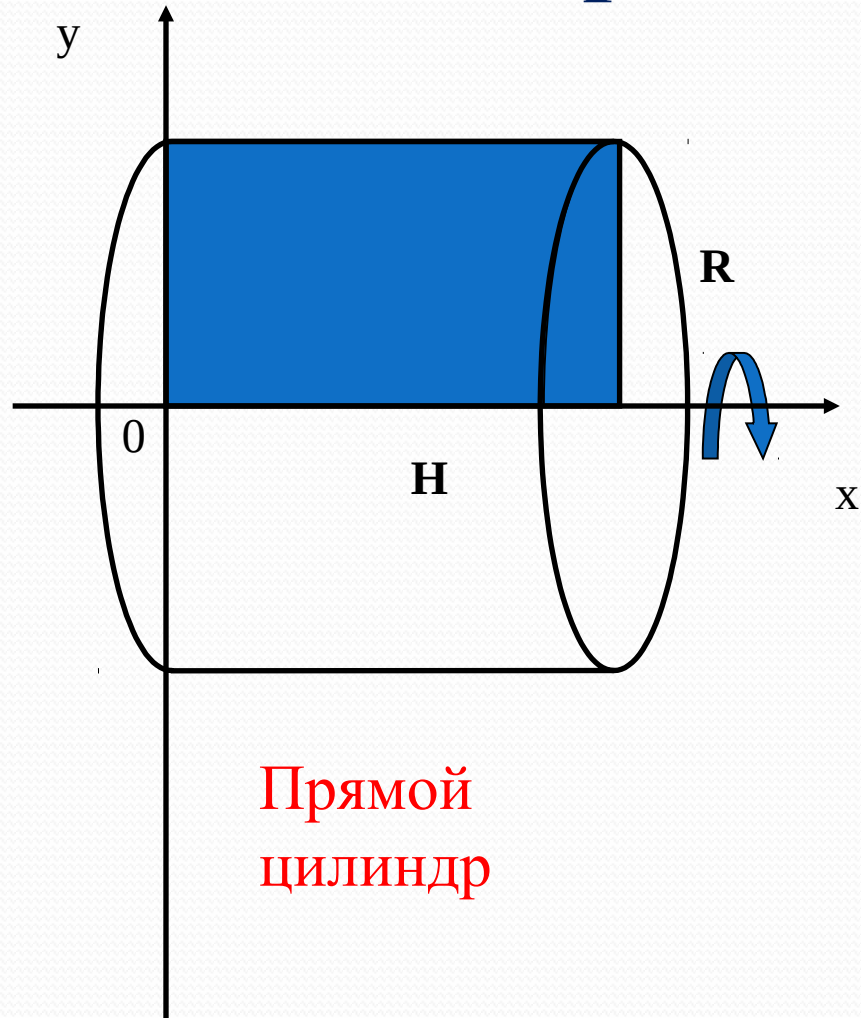


$$S_{\text{осн}} = 4 \pi$$

Понятие цилиндрической поверхности, цилиндра



Цилиндрическая
поверхность

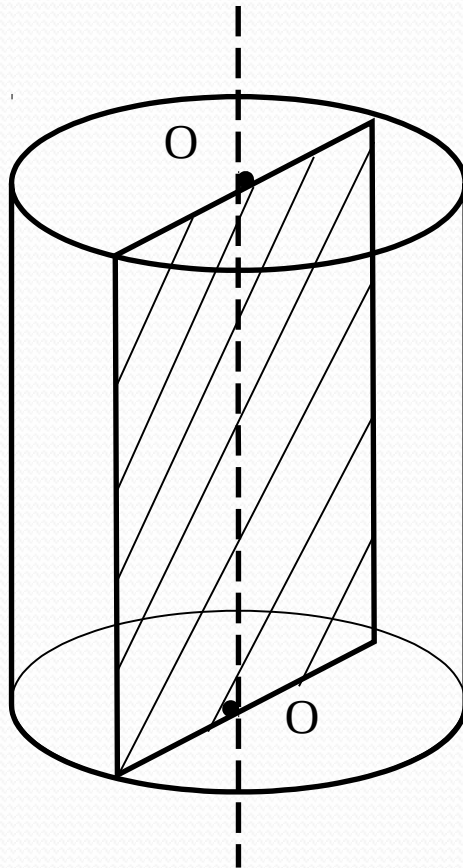


Прямой
цилиндр



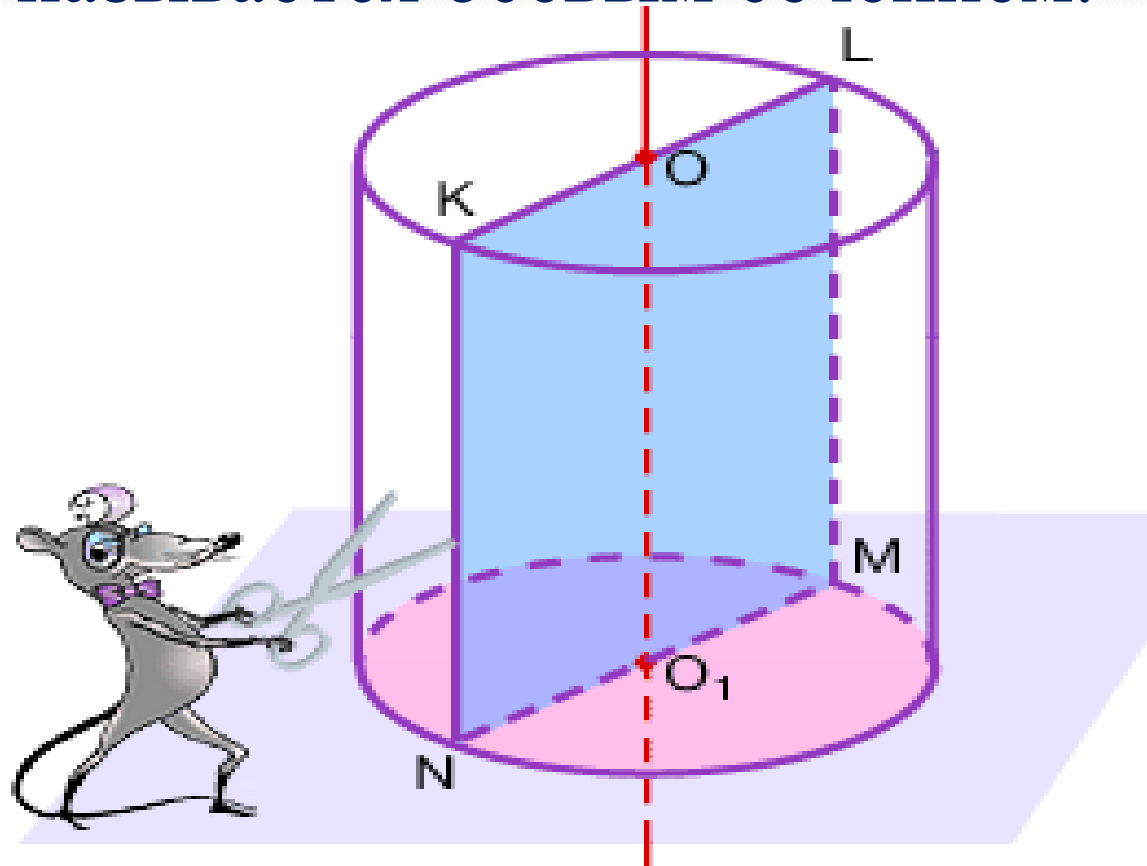
Сечения цилиндра

Осевое сечение - **прямоугольник**



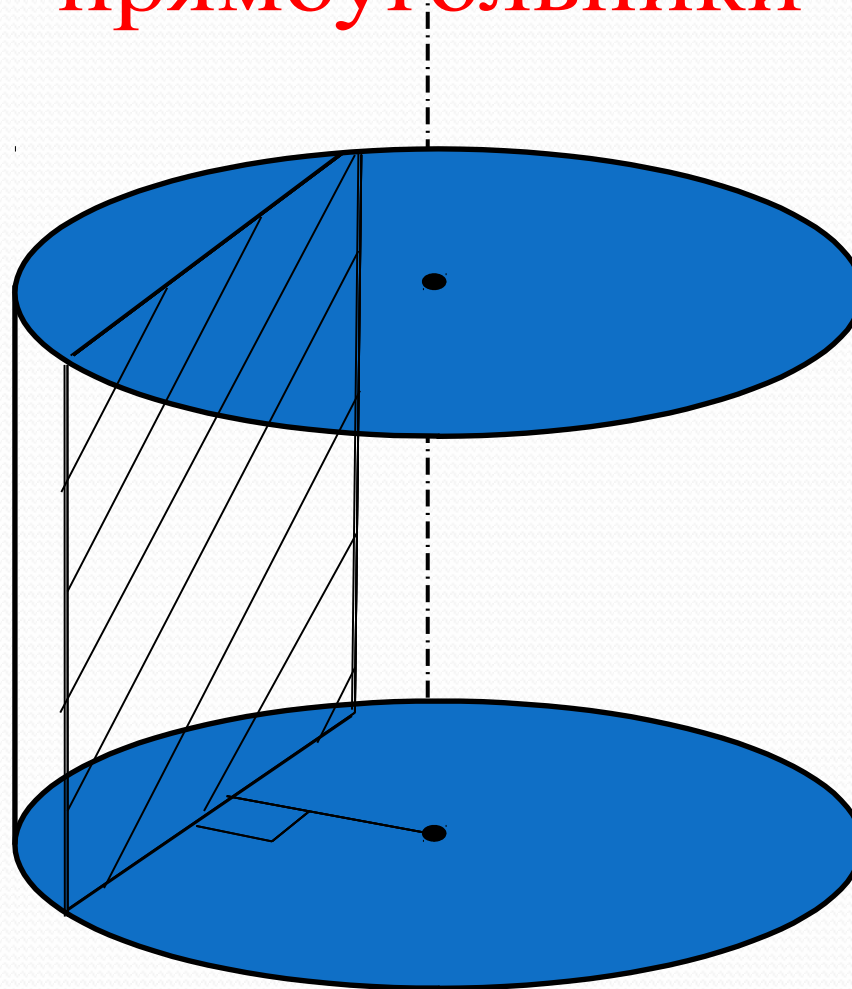
Прямая, соединяющая центры оснований цилиндра, называется осью цилиндра.

Сечение цилиндра, проходящее через ось, называется осевым сечением.

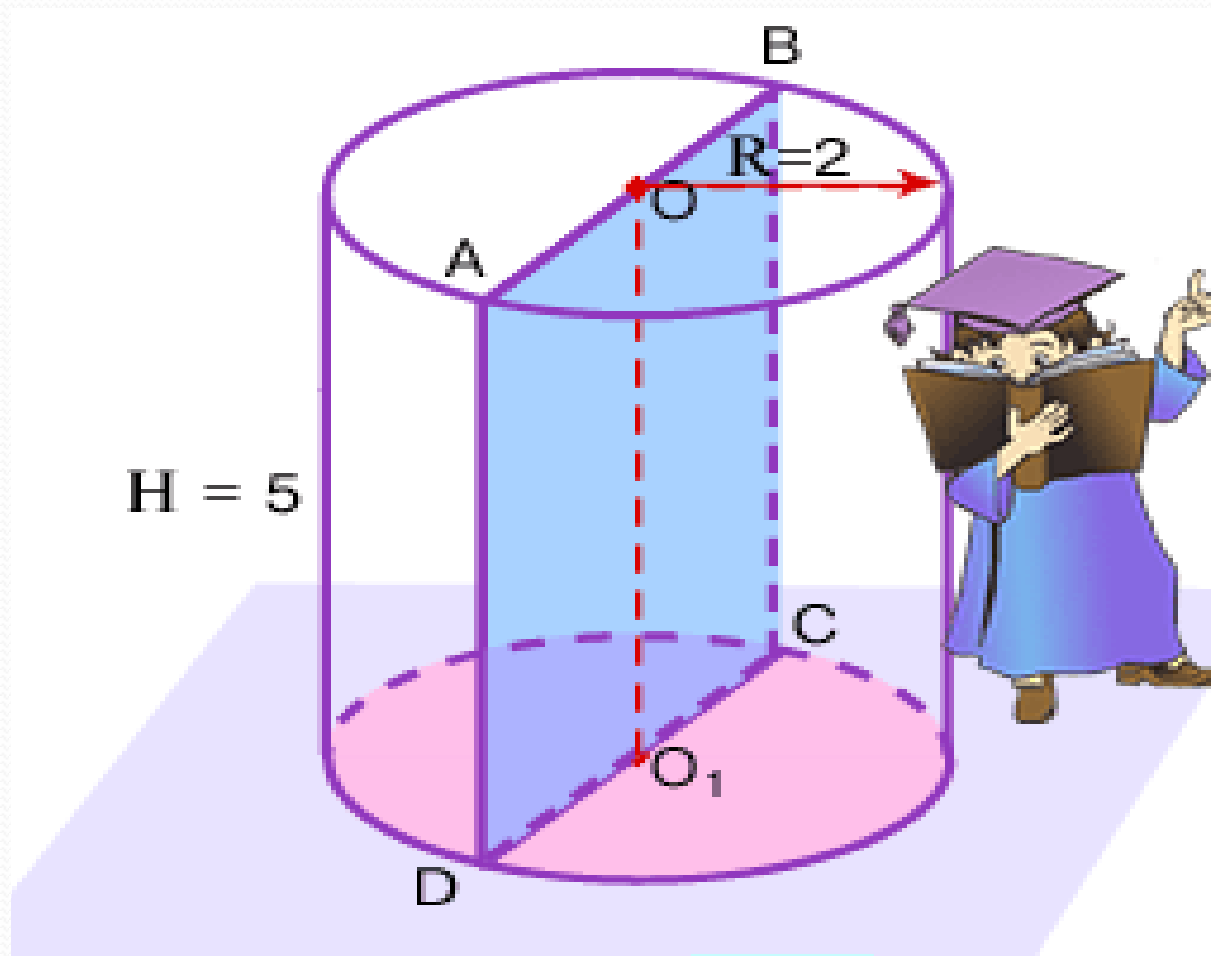


OO_1 – ось цилиндра
 $KLMN$ – осевое сечение

Сечения, параллельные оси цилиндра - прямоугольники

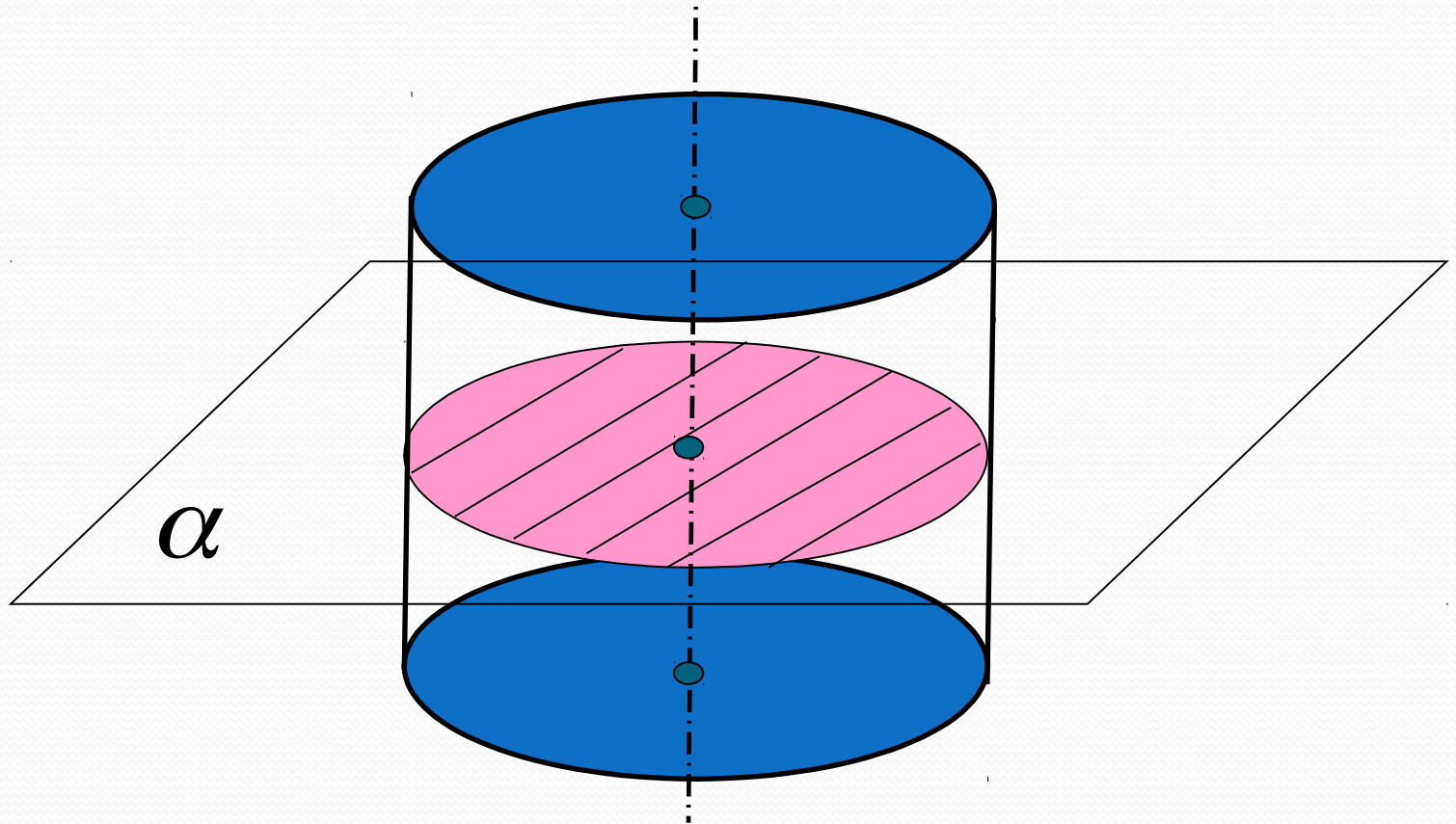


Найдите площадь осевого сечения цилиндра, если известны радиус его основания и высота.

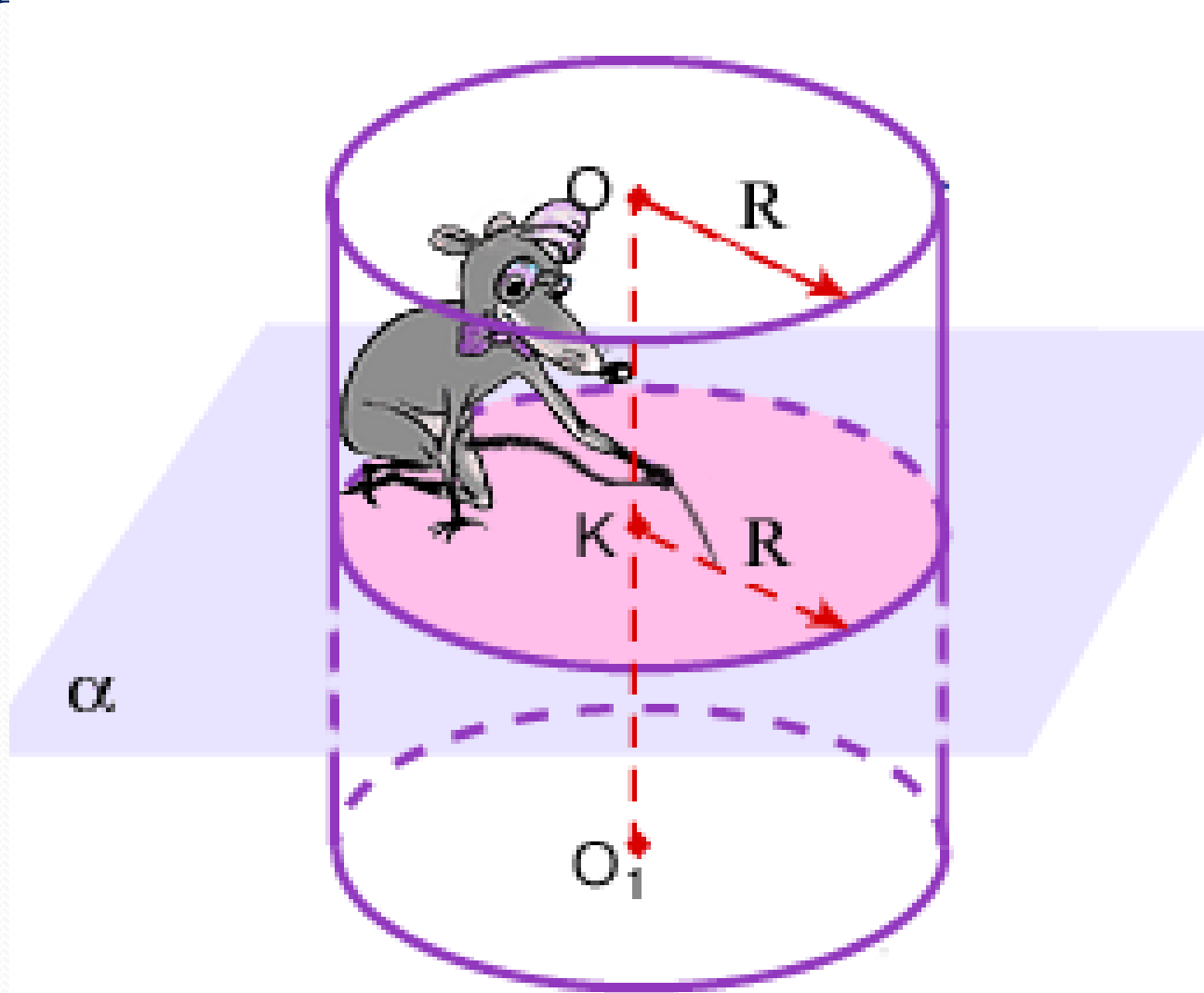


$$S_{ABCD} = 20$$

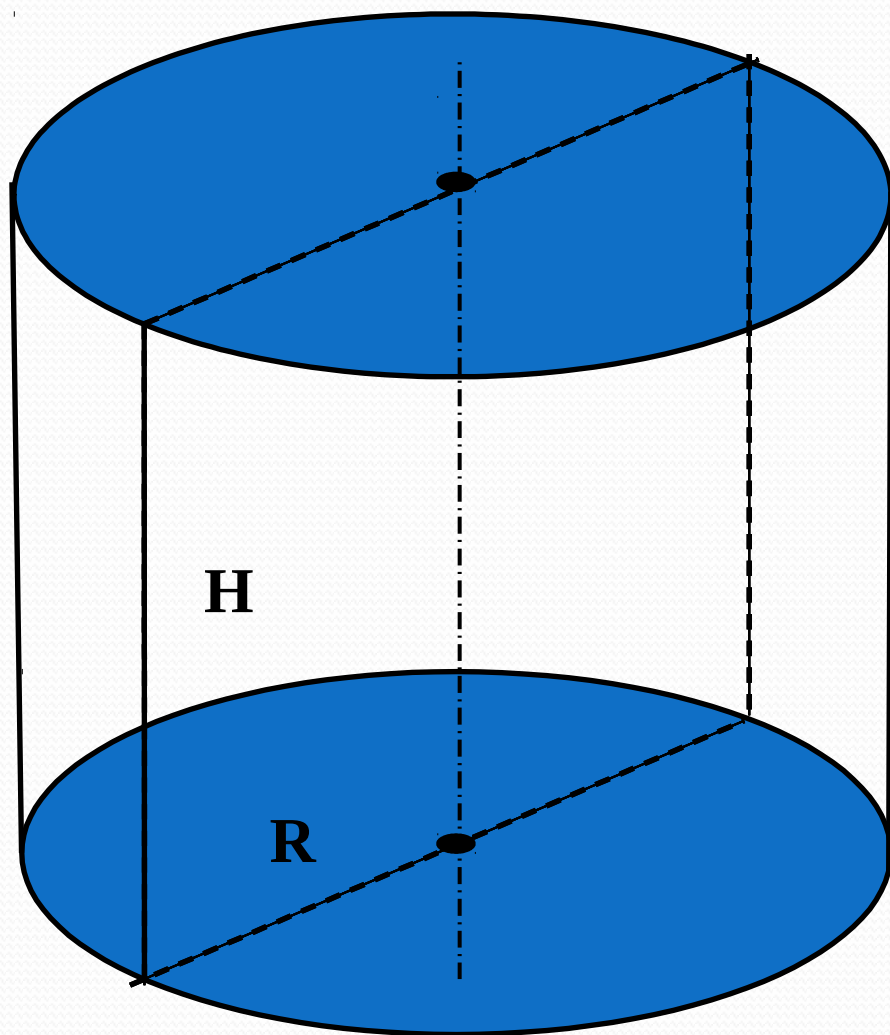
Сечение цилиндра плоскостью, перпендикулярной к оси цилиндра



Любое сечение боковой поверхности цилиндра плоскостью, перпендикулярной оси — это круг равный основанию.

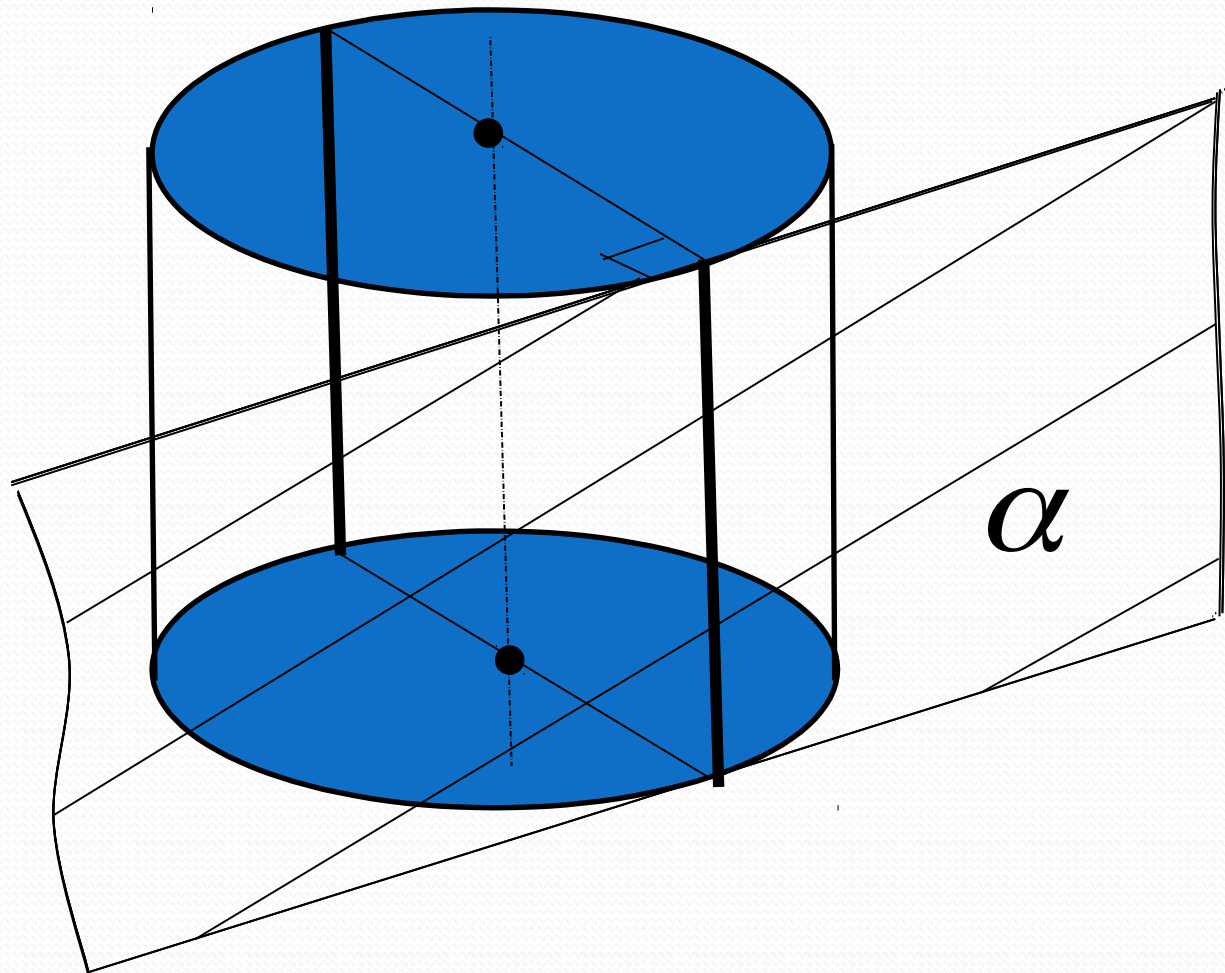


Равносторонний цилиндр

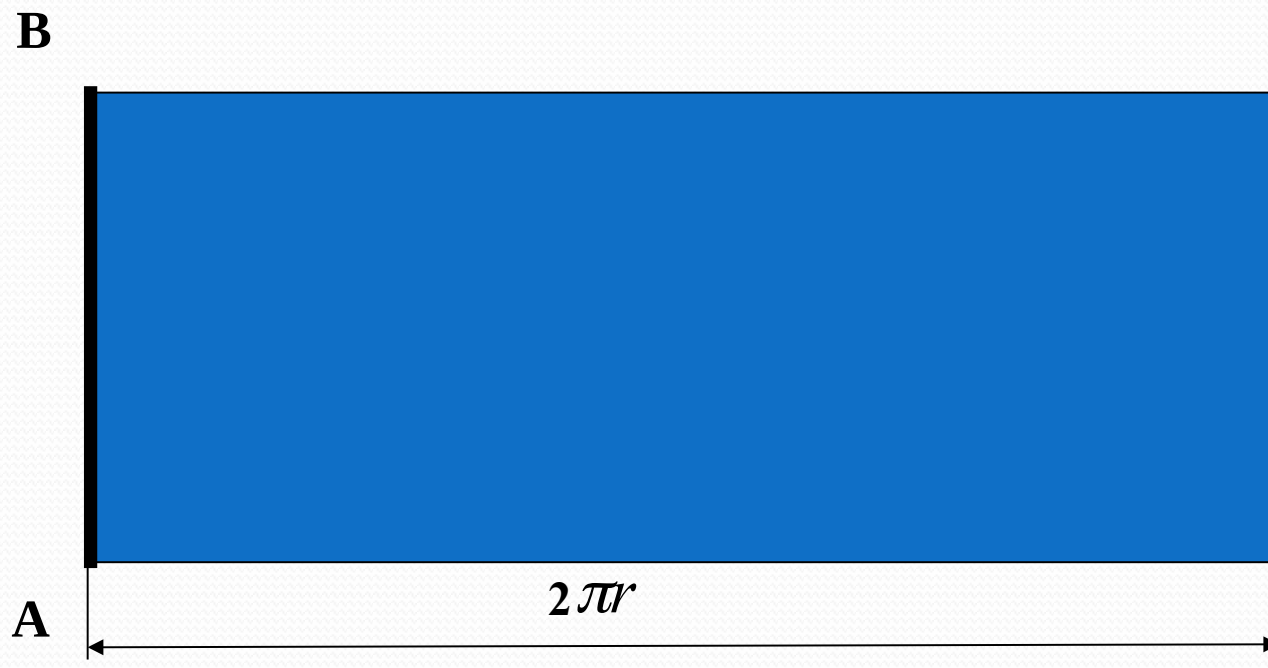
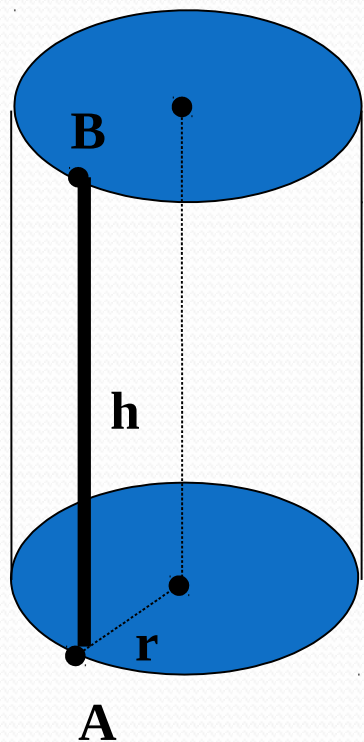


$$H = 2R$$

**Касательная плоскость цилиндра – плоскость проходящая
через образующую
цилиндра, перпендикулярная осевому сечению,
проведенному через ту же образующую**



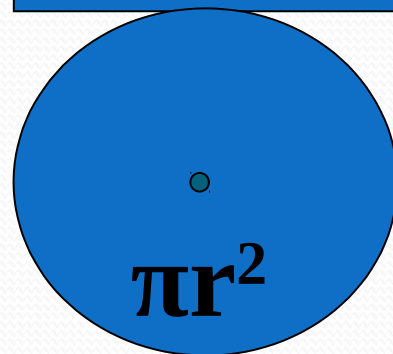
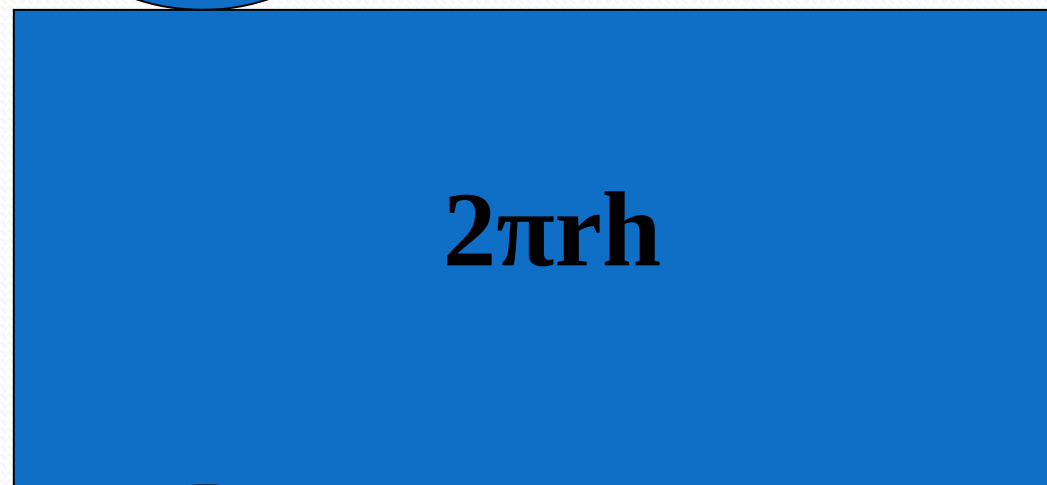
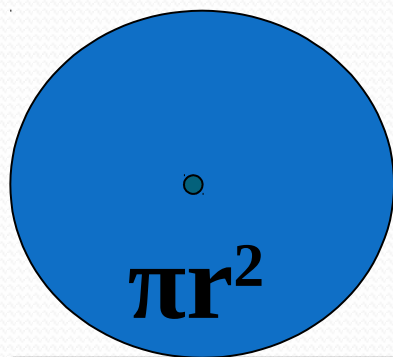
Площадь боковой поверхности цилиндра



$$S = 2 \pi r h$$

Развертка цилиндра.

Площадь полной поверхности
цилиндра



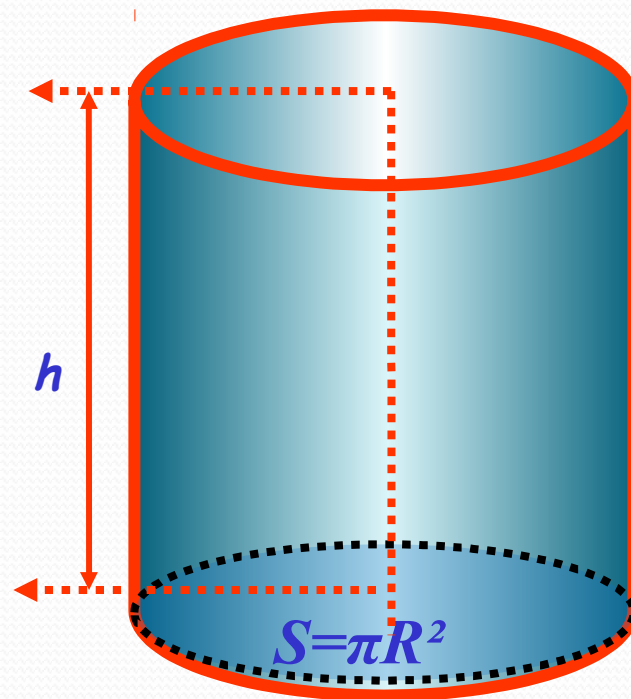
$$S_{\text{полн}} =$$


$$= 2\pi r h + 2\pi r^2$$

Объем цилиндра равен
произведению площади
основания на высоту.

$$V=S \cdot h$$

$$V=h \cdot S=\pi R^2 \cdot h$$





Найдите площадь поверхности
(внешней и внутренней) шляпы,
размеры которой (в см) указаны
на рисунке.

Решение.

1) Если дно шляпы опустить на плоскость её поля, то получим круг радиуса $R = r_1 + 10 = 20$ см.

2) Площадь этого круга

$$S_o = \pi R^2 = \pi \cdot 20^2 = 400\pi \text{ см}^2.$$

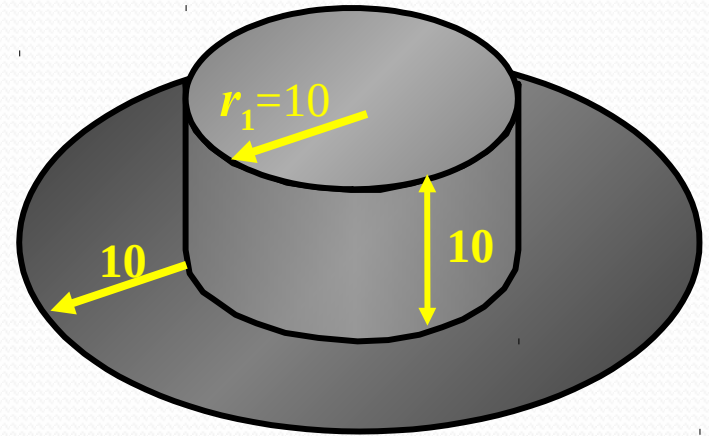
3) Найдем площадь боковой поверхности цилиндрической части

$$S_{\text{бок}} = 2\pi r_1 h = 2\pi \cdot 10 \cdot 10 = 200\pi \text{ см}^2.$$

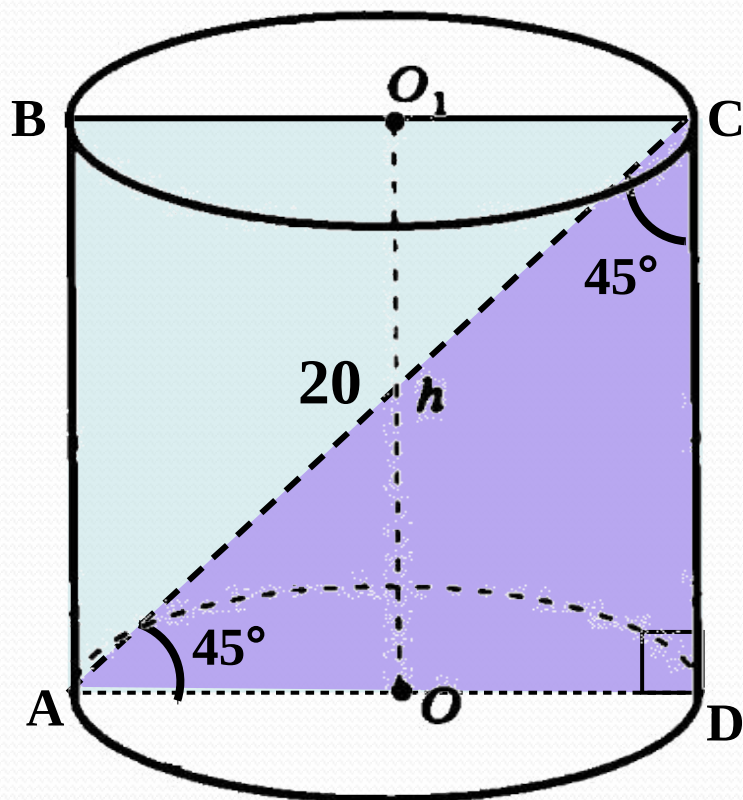
4) Найдем площадь шляпы

$$S_{\text{шляпы}} = S_o + S_{\text{бок}} = 400\pi + 200\pi = 600\pi \text{ см}^2.$$

Ответ: 600π (см²).



Осевое сечение цилиндра — квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) $S_{\text{о}}$ цилиндра



4. Найдем площадь основания

Ответ: а) $10\sqrt{2}$; б) 50π .

Решение.

1. Проведем диагональ AC сечения ABCD.

2. $\triangle ADC$ – равнобедренный, прямоугольный, $AD=DC$, $h = 2r$,
 $\Rightarrow \angle CAD = \angle ACD = 45^\circ$, тогда

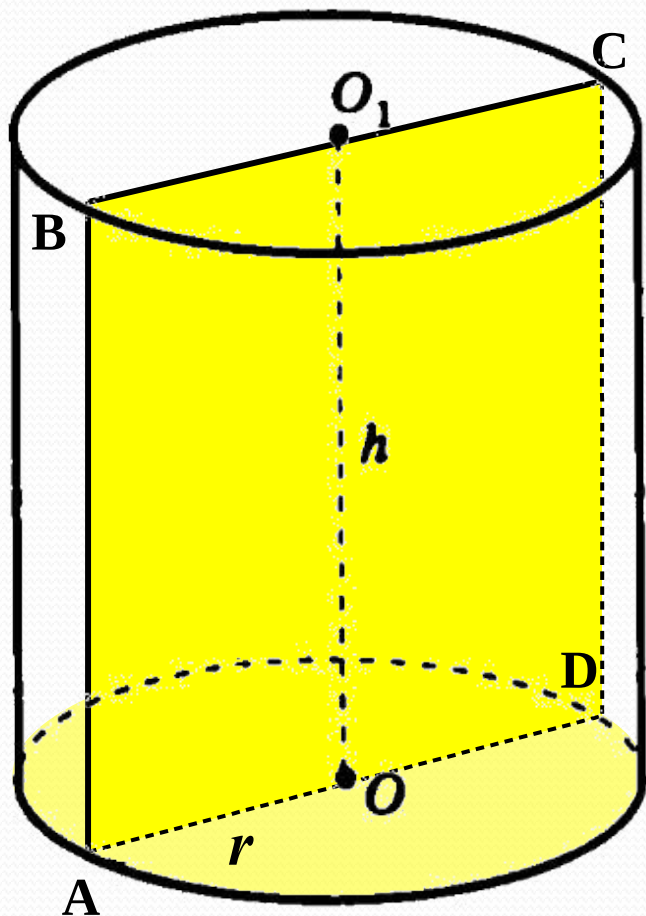
$$h = AC \cdot \cos 45^\circ = 20 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}.$$

3. Найдем радиус основания

$$r = \frac{h}{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}.$$

$$S_o = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (5\sqrt{2})^2 = 50\pi.$$

Площадь осевого сечения цилиндра
равна 10 м^2 , а площадь основания — 5 м^2 .
Найдите высоту цилиндра.



Решение.

1. Площадь основания – круг,

$$S_f = \pi r^2, \quad \text{тогда} \quad r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{5}{\pi}}.$$

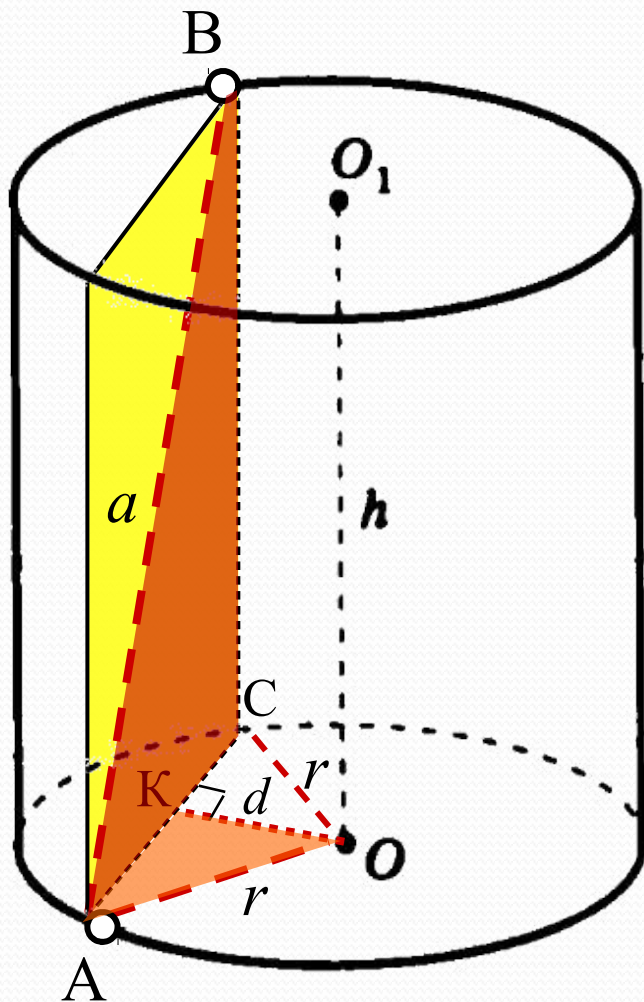
2. Площадь сечения – прямоугольник,

$$S_c = AB \cdot BC = h \cdot 2r, \quad \text{тогда}$$

$$h = \frac{S_c}{2r} = 10 \div 2 \sqrt{\frac{5}{\pi}} = 5 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{5}} = \sqrt{5\pi}.$$

Ответ: $\sqrt{5\pi}$.

Концы отрезка АВ лежат на разных основаниях цилиндра. Радиус цилиндра равен r , его высота – h , расстояние между прямой АВ и осью цилиндра равно d . Найдите: a) высоту, если $r = 10$, $d = 8$, $AB = 13$.



Решение.

1. Построим отрезок АВ.
2. Проведем радиус АО.
3. Построим отрезок d .
4. Отрезок ОК – искомое расстояние.
5. Из прямоугольного $\triangle AOK$ находим:

$$AK = \sqrt{r^2 - d^2} = \sqrt{100646},$$

значит $AC = 12$.

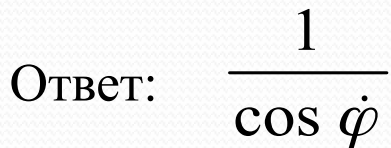
6. Из прямоугольного $\triangle ABC$ находим:

$$BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{1691445}.$$

Итак, $h = 5$.

Ответ: 5.

Через образующую AA_1 цилиндра проведены две секущие плоскости, одна из которых проходит через ось цилиндра. Найдите отношение площадей сечений цилиндра этими плоскостями, если угол между ними равен φ .



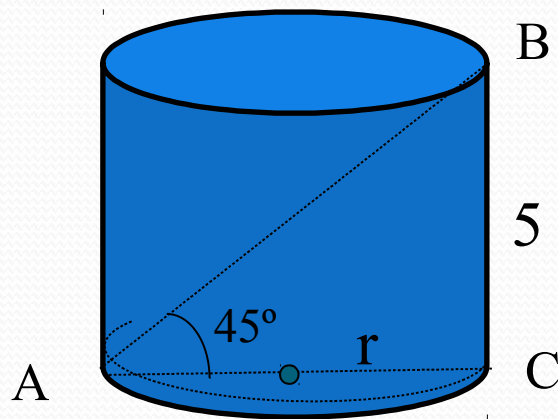
1) Сделаем чертеж, построим плоскости AA_1B_1B и AA_1C_1C .

$$\frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ACC_1A_1}} = \frac{AA_1 \cdot AB}{AA_1 \cdot AC} = \frac{AB}{AC}.$$

4) Заметим, что АВ диаметр основания цилиндра, значит $\angle ACB=90^\circ$, тогда

5) Итак, $\frac{S_{ABB_1A_1}}{S_{ACC_1A_1}} = \frac{AB}{AC} = \frac{AB}{AB \cdot \cos \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi}.$

Найти площадь полной поверхности цилиндра



$\triangle ABC$ - прямоугольный

$\triangle ABC$ - равнобедренный

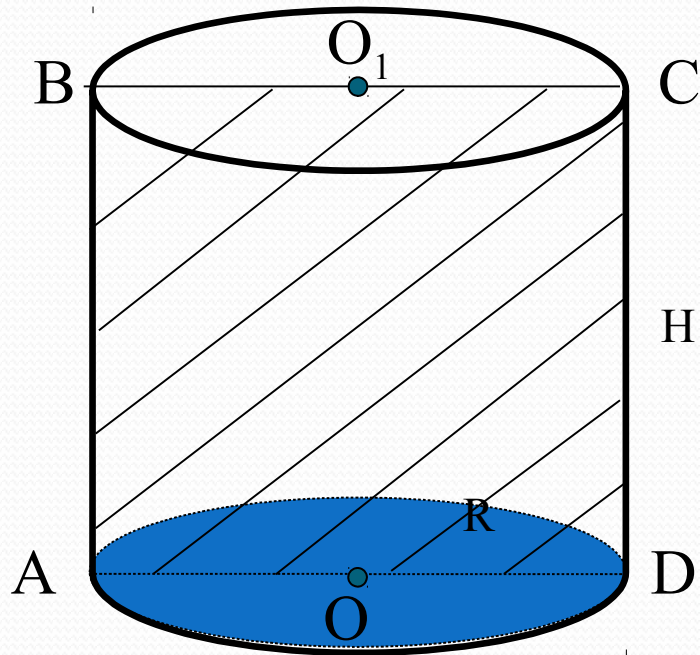
$$BC=AC=5$$

$$r=2,5$$

$$S=2\pi r(h+r)$$

$$S=2\pi \cdot 2,5(5 + 2,5) = 5\pi \cdot 7,5 = 37,5\pi$$

Площадь осевого сечения цилиндра
равна 10 м^2 , а площадь основания
равна 5 м^2 . Найдите высоту цилиндра.



$$\begin{cases} \pi R^2 = 5, \\ 2R \cdot H = 10 \end{cases}$$

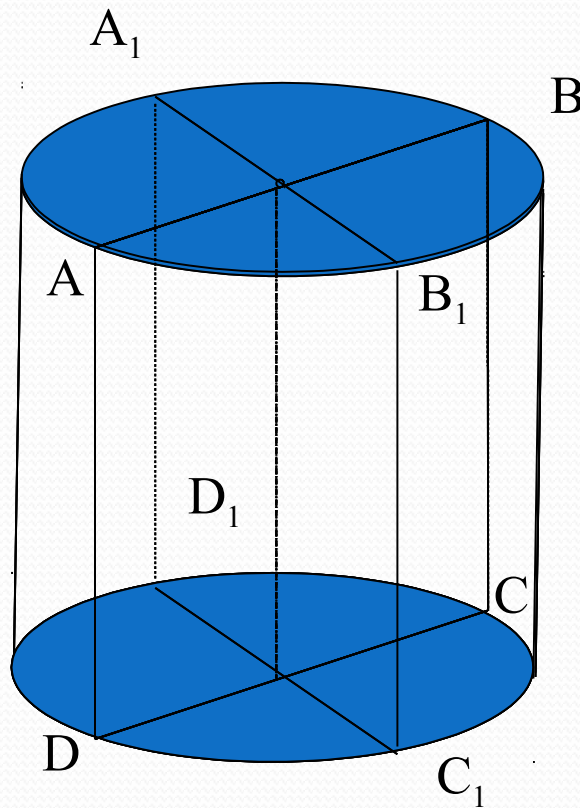
$$R = \frac{5}{H} \quad \pi \cdot \left(\frac{5}{H} \right)^2 = 5$$

$$H = \sqrt{5\pi} \text{ m}$$

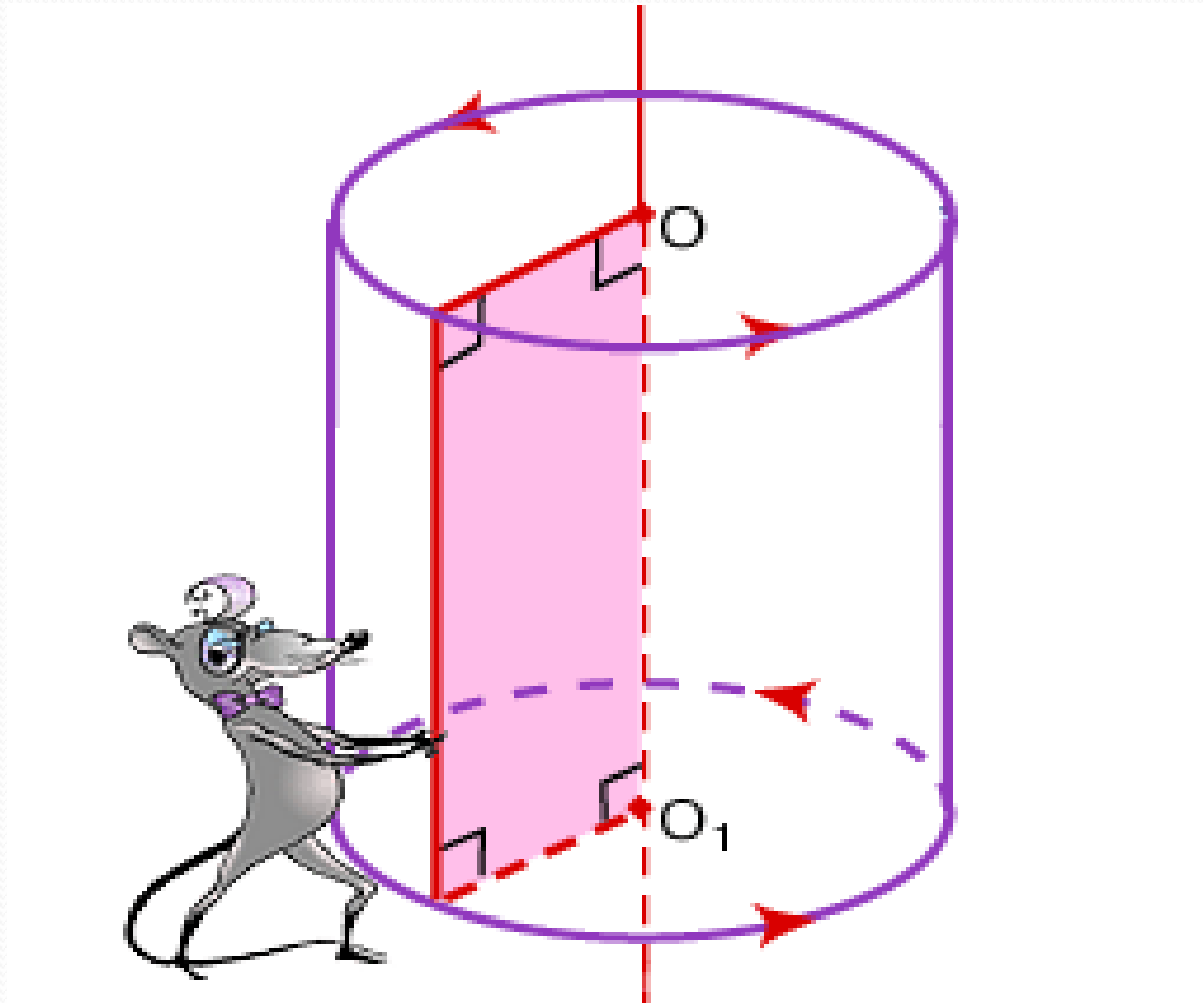
Высота цилиндра равна 8 см,
радиус равен 5 см. Найдите площадь
сечения цилиндра плоскостью,
параллельной его оси, если
расстояние между этой плоскостью
и осью цилиндра равно 3 см.

Любые два осевых сечения цилиндра
равны между собой

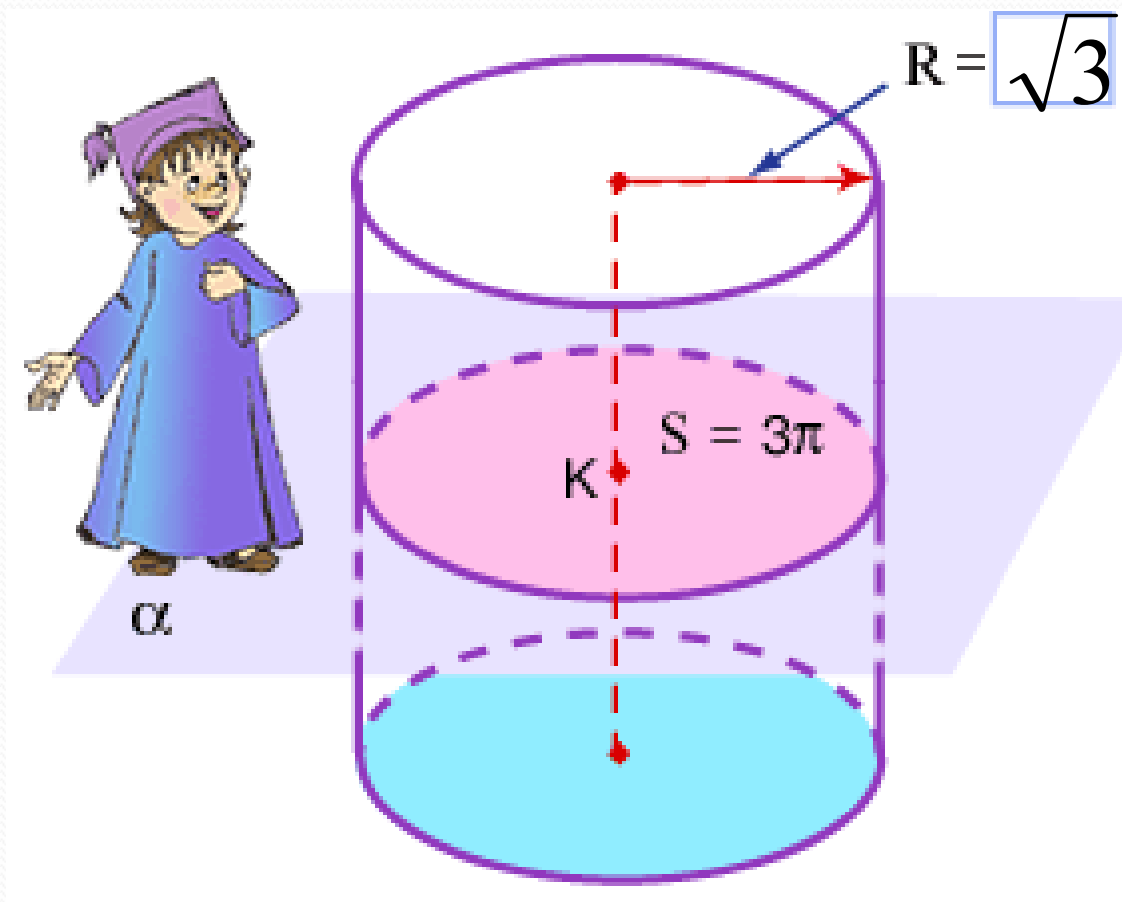
$$S(ABCD) = S(A_1B_1C_1D_1)$$



Цилиндр можно рассматривать как тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг его стороны как оси.



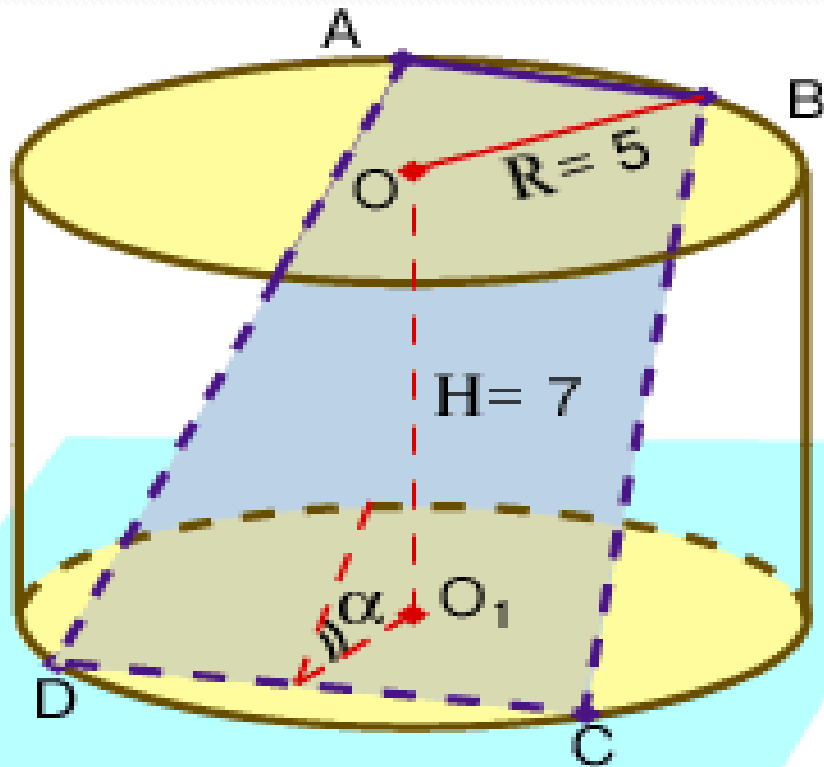
Пусть цилиндр пересекли плоскостью, перпендикулярной оси и получили круг площадью 3π . Чему равен радиус цилиндра?



Задача.

Высота цилиндра 7 см, а радиус основания 5 см. В цилиндре расположена трапеция так, что все ее вершины находятся на окружностях оснований цилиндра. Найти площадь трапеции и угол между основанием и плоскостью трапеции, если параллельные стороны трапеции равны 6 см и 8 см.

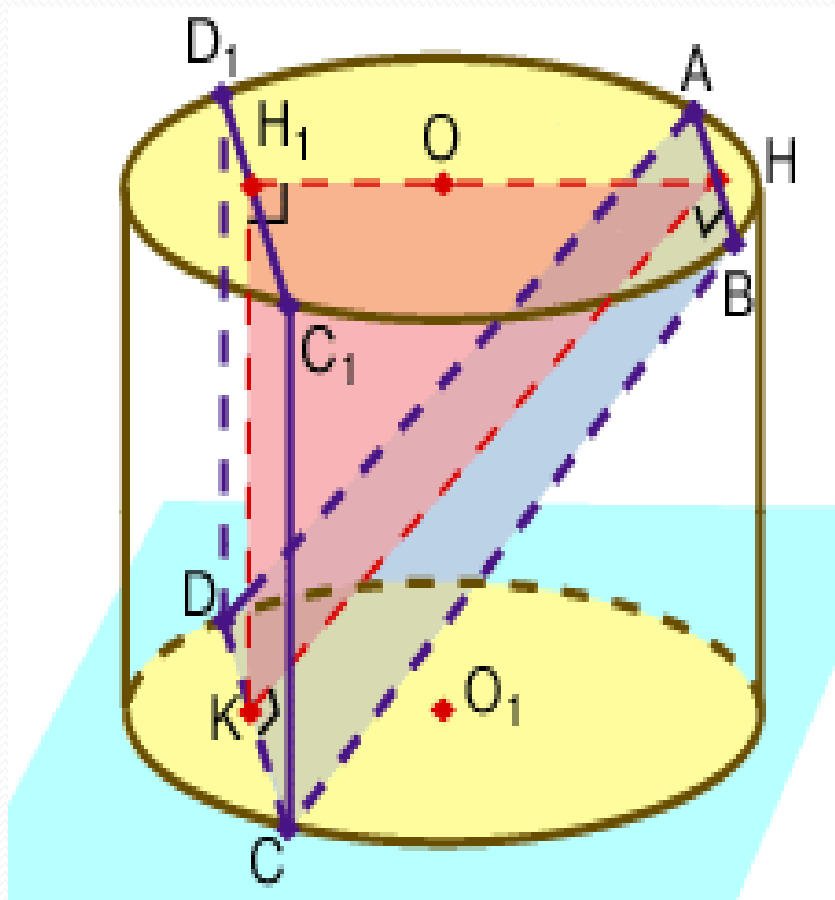
Дано: цилиндр;
 $H = 7$, $R = 5$



$ABCD$ – трапеция,
 $AB = 6$, $CD = 8$

Найти: S_{ABCD} ; угол
между $ABCD$ и
основанием.

- Проведем дополнительное построение: построим высоту трапеции, ее проекцию на верхнее основание цилиндра и перенесем параллельным переносом нижнее основание трапеции на верхнее основание цилиндра.

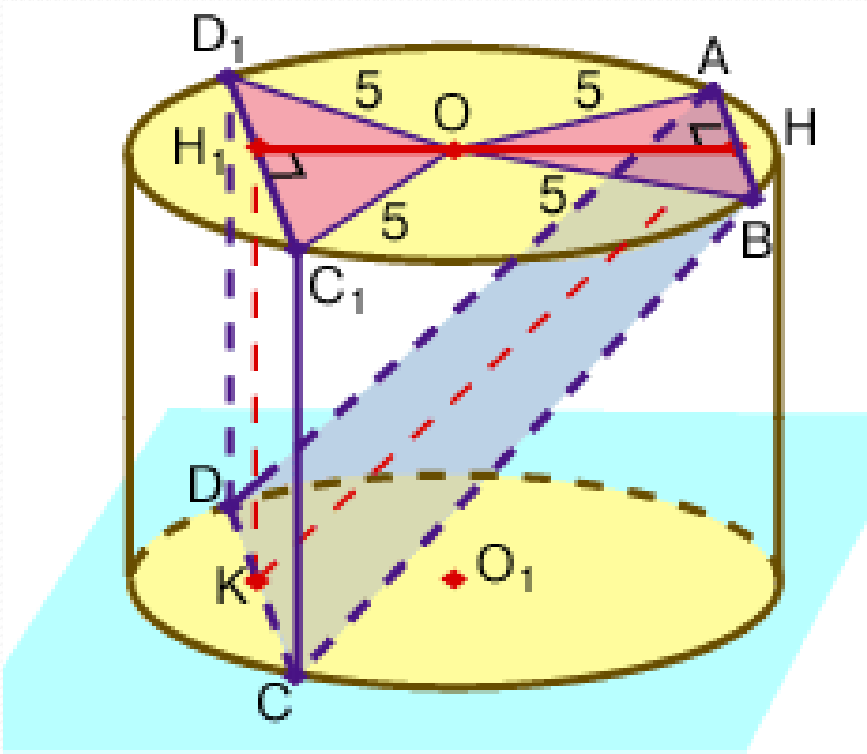


HK – высота трапеции
 HH₁ – проекция HK на
 основание

$$H_1K = OO_1 = 7$$

$$C_1D_1 \parallel CD; C_1D_1 = CD$$

Рассмотрим проекцию высоты трапеции на верхнее основание цилиндра.



$\triangle AOB$ и $\triangle C_1OD_1$ –
равнобедренные.

$$AH = HB \rightarrow HB = \frac{1}{2} AB = 3.$$

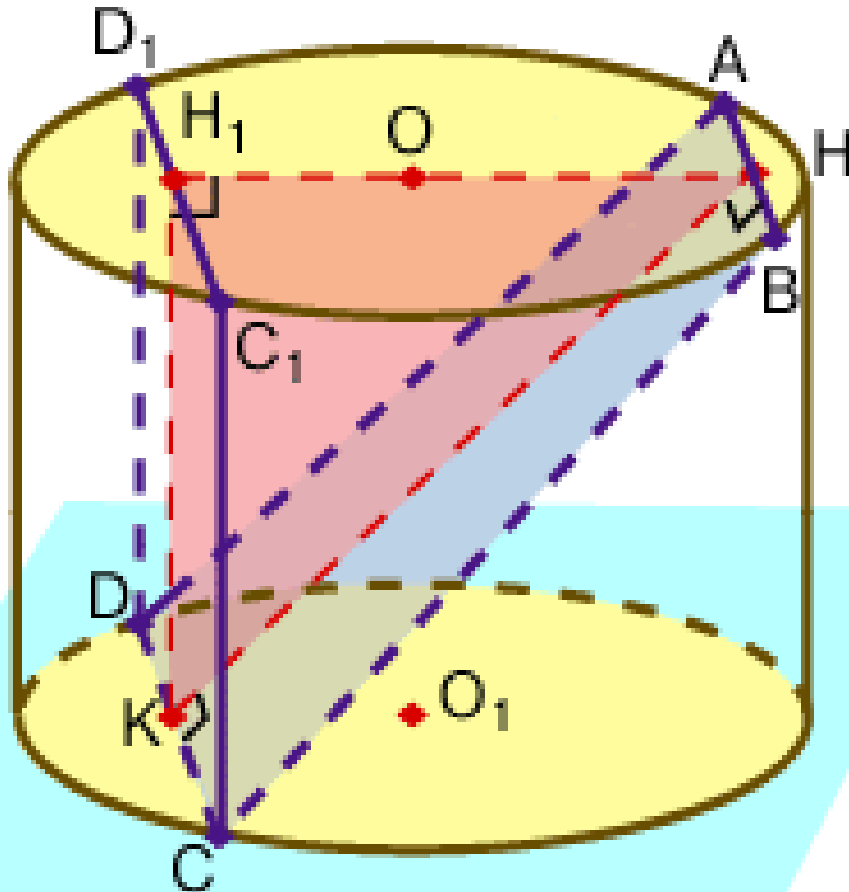
$$C_1H_1 = H_1D_1 \rightarrow H_1D_1 = \frac{1}{2} C_1D_1 = 4$$

$$\text{Из } \triangle OBH: OH = 4.$$

$$\text{Из } \triangle OD_1H_1: OH_1 = 3.$$

$$HH_1 = OH + OH_1 = 7$$

Найдем высоту трапеции, ее площадь и



$$HH_1 = 7, \quad H_1K = 7$$

$$\angle H_1HK = \angle HKH_1 = 45^\circ$$

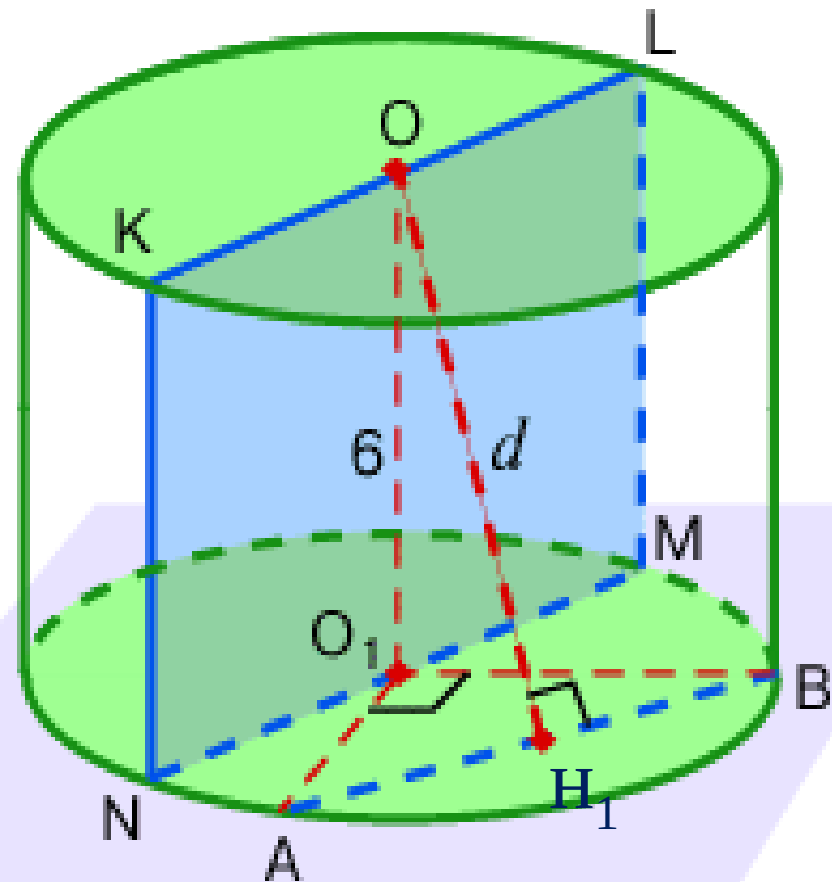
$$HK = 7\sqrt{2}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} (AB + CD) \cdot HK$$

$$S_{ABCD} = 49\sqrt{2}$$

Задача для самостоятельного решения.

Расстояние от центра
верхнего основания до
плоскости нижнего
основания равно 6, а
площадь осевого сечения
равна 72. Найдите
расстояние от этого центра
до хорды нижнего
основания, стягивающей
дугу в 90° .



$$O_1H_1 = 3\sqrt{2}$$