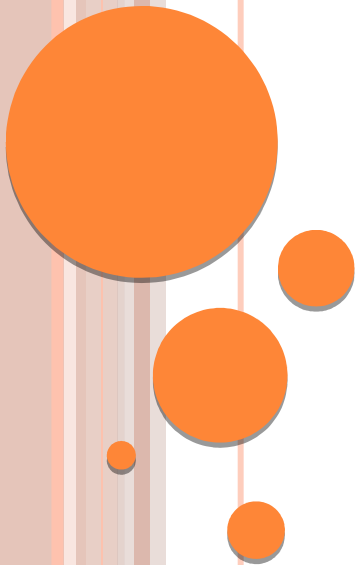


# Доклад

## на тему: «Задачи экономического содержания»

Докладчик:  
Учитель математики Бочкарева Н.А.


Пивовариха, 2017



## ***Проблематизация, актуализация, мотивация.***

---

Экономику сегодня нужно представлять, как совокупность методов, создающих условия для выживания и прогресса человечества. Многие экономические понятия, такие как депозит, акция, стоимость, инфляция, прибыль, банковский процент, режим экономии, банкротство, дивиденды составляют тот фон, на котором проходит жизнь нашего общества. Поэтому, сегодня встает вопрос об экономической грамотности общества, его культуре.



При помощи математического аппарата возможно моделирование практической деятельности в реальной жизни, ее отдельных сторон, качеств и областей.

Экономику принято считать гуманитарной дисциплиной. На самом деле эта наука оперирует преимущественно количественно измеряемыми величинами (экономическими показателями) и функциональными или статистическими связями между ними (расчетными формулами и экономическими законами). Современная экономика - наука точная.



## Типы экономических задач

**Тип 1. Нахождение количества лет выплаты кредита.**

**Тип 2. Вычисление процентной ставки по кредиту.**

**Тип 3. Нахождение суммы кредита.**

**Тип 4. Нахождение периодической выплаты банку (транша).**



# Задача 1.

31 декабря 2014 года Евгений взял в банке 1 млн. рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая – 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга ( то есть увеличивает долг на  $a$  %), затем Евгений переводит очередной транш. Евгений выплатил Кредит за два транша, переведя в первый раз 540 тыс. рублей, во второй 649,6 тыс. рублей. Найдите  $a$ .

**Решение:** Пусть сумма кредита равна  $S=1000000$  рублей, а годовые составляют  $a$  %. Тогда 31 декабря каждого года оставшаяся сумма долга умножается на коэффициент повышения процентов за один год:

$$b=1+0,01a. \quad (1.1)$$

После первой выплаты сумма долга составит

$$S_1 = Sb - x_1. \quad (1.2)$$

По условию задачи сумма выплаты за первый год  $x_1=540000$  рублей.

После второй выплаты сумма долга составит

$$S_2 = (Sb - x_1)b - x_2 = Sb^2 - x_1b - x_2, \quad (1.3)$$



где  $x_2 = 649600$  рублей сумма выплат за второй год .

По условию задачи Дмитрий выплатил кредит за два транша полностью, поэтому

$$Sb^2 - x_1 b - x_2 = 0, \quad (1.4)$$

откуда получаем квадратное уравнение

$$1000000 b^2 - 540000 b - 649600 = 0 \quad \Rightarrow \text{поделим на 100}$$

$$10000 b^2 - 5400 b - 6496 = 0 \quad \Rightarrow \text{поделим на 8}$$

$$1250 b^2 - 675 b - 812 = 0,$$

$$\text{Отсюда получаем } b_1 = 1,12, \quad b_2 = 0,58.$$

Так как  $b = 1 + 0,01 a$  то

$$a = 12 \%$$

Ответ: Сумма долга увеличится на 12%



## Задача 2.

У фермера есть два поля, каждое площадью 10 гектаров. На каждом поле можно выращивать картофель и свеклу, поля можно разделить между этими культурами в любой пропорции. Урожайность картофеля на первом поле составляет 400 ц/га, а на втором – 300 ц/га. Урожайность свеклы на первом поле составляет 300 ц/га, а на втором – 400 ц/га. Фермер может продавать картофель по цене 5000 руб., а свеклу – по цене 6000 руб. за центнер. Какой наибольший доход может получить фермер?

Решение: Составим математическую модель данной задачи. Введем переменные:

$x_1$  - количество гектаров выделенных под картофель на I поле,

$x_2$  - количество гектаров выделенных под картофель на II поле,

$y_1$  - количество гектаров выделенных под свеклу на I поле,

$y_2$  - количество гектаров выделенных под свеклу на II поле.



$x_1, x_2, y_1, y_2$  могут изменяться от 0 до 10 га. Фермер продает 1 ц.

картофеля за 5000 руб., а 1 ц. свеклы за 6000 рублей.

**Запишем данные задачи в виде схемы:**

**I поле**

$$x_1 + y_1 = 10 \text{ га.}$$

Тогда урожай собранный на полях  
центнерах:

$$x_1 400 + y_1 300$$

**II поле**

$$x_2 + y_2 = 10 \text{ га.}$$

составляет для каждого поля в

$$x_2 300 + y_2 400$$

Составим целевую функцию, представляющую собой наибольший доход с  
двух полей

$$J(x_1, x_2, y_1, y_2) = (400x_1 + 300x_2)5000 + (300y_1 + 400y_2)6000$$





Заменим  $x_1 = 10 - y_1$ ,  $x_2 = 10 - y_2$  и получим

$$J(y_1, y_2) = (400(10 - y_1) + 300(10 - y_2))5000 + (300y_1 + 400y_2)6000 = \\ = 35000000 - 200000y_1 + 900000y_2 \rightarrow \max. \quad (2.2)$$

Положим  $y_1=0$ , а  $y_2=10$ .

Тогда наибольший доход будет составлять 44000000 рублей.

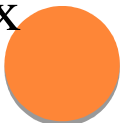
Ответ: 44000000



## Задача 3.

В двух областях есть по 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться по 10 часов в сутки на добыче алюминия или никеля. В первой области один рабочий за час добывает 0,3 кг алюминия или 0,1 кг никеля. Во второй области для добычи  $x$  кг алюминия в день требуется  $x^2$  человеко-часов труда, а для добычи  $y$  кг никеля в день требуется  $y^2$  человеко-часов труда.

Обе области поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом области договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?



Решение: Пусть в I области  $n$  рабочих добывают алюминий, тогда  $(100-n)$  рабочих добывают никель. Значит в первой области добывают  $0,3 \cdot 10 \cdot n = 3n$  кг. алюминия, и  $0,1 \cdot 10 \cdot (100-n) = (100-n)$  кг. никеля.

Во второй области добывают  $x$  кг. алюминия. При этом тратят на это  $\sqrt{1000 - x^2}$  человека-часов труда. Значит отсюда следует, что на добычу никеля требуется  $(1000 - x^2)$  человека-часов, т.е. добывают  $\sqrt{1000 - x^2}$ .

Теперь воспользуемся условием задачи, что на 2 кг. алюминия приходится 1 кг. никеля.

$$(3n+x) = 2 \left( 100-n + \sqrt{1000 - x^2} \right) \quad (3.1)$$

$$3n+x=200-2n+2\sqrt{1000-x^2}, \quad (3.2)$$

$$5n = 200 - x + 2\sqrt{1000 - x^2}, \quad (3.3)$$

$$n = 40 - \frac{x}{5} + \frac{2}{5}\sqrt{1000 - x^2} \quad (3.4)$$

областью определения  $0 \leq x \leq 10\sqrt{10}$

Составим формулу нахождения массы сплава зависящего от массы алюминия

$$m(n, x) = \frac{3}{2}(3n + x) = \frac{9n}{2} + \frac{3x}{2} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} m(x) &= \frac{9}{2} \left( \frac{2}{5} \sqrt{1000 - x^2} - \frac{x}{5} + 40 \right) + \frac{3x}{2} = \\ &= \frac{9}{5} \sqrt{1000 - x^2} - \frac{9x}{10} + 180 + \frac{3x}{2} = \frac{9}{5} \sqrt{1000 - x^2} + \frac{6x}{10} + 180. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Получили функцию  $m(x)$ .



Найдем производную:

$$m'(x) = \frac{9}{5} \cdot \frac{(-2x)}{2\sqrt{1000 - x^2}} + \frac{3}{5} = 0$$

$$3x - \sqrt{1000 - x^2} = 0,$$

$$9x^2 = 1000 - x^2,$$

$$10x^2 = 1000,$$

$$x^2 = 100,$$

$$x = 10.$$

А теперь найдем

$$m(10) = \frac{9}{5}\sqrt{900} + \frac{3}{5}10 + 180 = 240(\text{кз.}),$$

$$m(0) = 18\sqrt{10} + 180(\text{кз.}),$$

$$m(10\sqrt{10}) = 6\sqrt{10} + 180(\text{кз.}).$$

Ответ: 240



## Задача 4.

Близнецы Саша и Паша положили в банк по 50 000 рублей на три года под 10% годовых. Однако через год и Саша, и Паша сняли со своих счетов соответственно 10% и 20% имеющихся денег. Еще через год каждый из них снял со своего счета соответственно 20 000 рублей и 15 000 рублей. У кого из братьев к концу третьего года на счету окажется большая сумма денег? На сколько рублей?



## РЕШЕНИЕ.

### ТАБЛИЧНЫЙ ВАРИАНТ РЕШЕНИЯ:

Годы хранения вклада	Динамика роста (падения) суммы вкладов	
	Саша	Паша
04.12.14	50 000	50 000
К 04.12.15	$50\,000 \cdot 1,1 = 55\,000$	$50\,000 \cdot 1,1 = 55\,000$
04.12.15	$55\,000 \cdot 0,9 = 49\,500$	$55\,000 \cdot 0,8 = 44\,000$
К 04.12.16	$49\,500 \cdot 1,1 = 54\,450$	$44\,000 \cdot 1,1 = 48\,400$
04.12.16	$54\,450 - 20\,000 = 34\,450$	$48\,400 - 15\,000 = 33\,400$
К 04.12.17	$34\,450 \cdot 1,1 = 37\,895$	$33\,400 \cdot 1,1 = 36\,740$
Ответ на главный вопрос задачи		$37\,895 - 36\,740 = 1\,155$

## Задача 5.

Владимир поместил в банк 3600 тысяч рублей под 10% годовых. В конце каждого из первых двух лет хранения после начисления процентов он дополнительно вносил на счет одну и ту же фиксированную сумму. К концу третьего года после начисления процентов оказалось, что размер вклада увеличился по сравнению с первоначальным на 48,5%. Какую сумму Владимир ежегодно добавлял к вкладу?

**Решение.**





## Алгебраический подход к решению.

По условию задачи Владимир внес на счет  $3600$  т. р.

К концу первого года хранения размер вклада стал  
 $3600 \cdot 1,1 = 3960$  (т. р.)

Владимир дополнительно внес  $x$  р. Размер вклада стал  
 $(3960 + x)$  т. р.

К концу второго года хранения размер вклада стал  
 $(3960 + x) \cdot 1,1 = 4356 + 1,1x$  (т. р.)

Владимир вновь сделал дополнительный взнос  $x$  т. р.

Размер вклада стал  $4356 + 1,1x + x = 4356 + 2,1x$  (т. р.)

К концу третьего года были начислены проценты, размер вклада стал  $(4356 + 2,1x) \cdot 1,1 = 4791,6 + 2,31x$  (т. р.), В итоге на счете стало  $5346$  т. р. ( $3600 \cdot 1,485 = 5346$ ).

Решим уравнение:  $4791,6 + 2,31x = 5346 \Leftrightarrow 2,31x = 554,4$   
 $\Leftrightarrow x = 240$  (т.р).

**Ответ: 240 000 рублей.**



# ВЫВОДЫ

На свете существует очень много наук и все они тесно связаны друг с другом. Нельзя заниматься химией, не зная физики, биологией, не зная химии... Но есть одна наука, без которой невозможна никакая другая. **Это математика.** Ее понятия, представления и символы служат тем языком, на котором говорят, пишут и думают другие науки.



Мы считаем введение задач экономического характера чрезвычайно полезным так как, работая с математическими моделями, учащиеся задумываются о реальной жизни. О том, что кредиты, отношения с банками, игра на бирже, колебания курсов ценных бумаг, начисление процентов дело сложное и требует больших знаний. К этому нельзя относиться легкомысленно.

С чего начинать решать экономические задачи – очень внимательно читать условия задачи и по шагам распределить действия, затем постараться математически выразить их и постараться прийти к ответу.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Ященко И. В. и др. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2015 году. Базовый и профильный уровни. Методические указания / И. В. Ященко, С. А. Шестаков, А. С. Трепалин. – М.: МЦНМО, 2015. – 288 с.
2. Ященко И. В. и др. ЕГЭ 2017. Математика Профильный уровень. Типовые тестовые задания/ под ред. И. В. Ященко. – М.: МЦНМО, 2017. – 95 с.
3. Демонстрационный вариант контрольно-измерительных материалов единого государственного экзамена 2017 года по математике. Профильный уровень. Сайт <http://www.ege.edu.ru/>
4. Спецификация контрольно-измерительных материалов для проведения в 2017 году единого государственного экзамена по математике. Профильный уровень. Сайт <http://www.ege.edu.ru/>

**Спасибо  
за  
внимание!!!**

