

Муниципальное казенное общеобразовательное учреждение  
«Тополинская средняя общеобразовательная школа»  
Угловского района Алтайского края

Исследовательская работа  
по теме: Универсальный способ  
вычисления площадей многоугольников

Выполнил: Чеснаков Николай,  
ученик 7 класса МКОУ Тополинская СОШ  
Руководитель: учитель математики К.А. Мукантаева

2015 год

Оглавление:	
Введение	2
Формулы для вычисления площадей многоугольников	3
Проверка гипотезы. Вычисление площадей	5
Заключение	11
Литература	12

**Цель:** узнать, какие способы вычисления площадей многоугольников применяются в решении задач.

**Задачи:**

1. Изучить теорию.
2. Провести вычисления.
3. Анализ и вывод.
4. Напечатать работу. Научится работать с компьютером.
5. Применение в математике.

**Гипотеза:** можно использовать способ вычисления площадей многоугольников «по клеточкам».

### Введение:

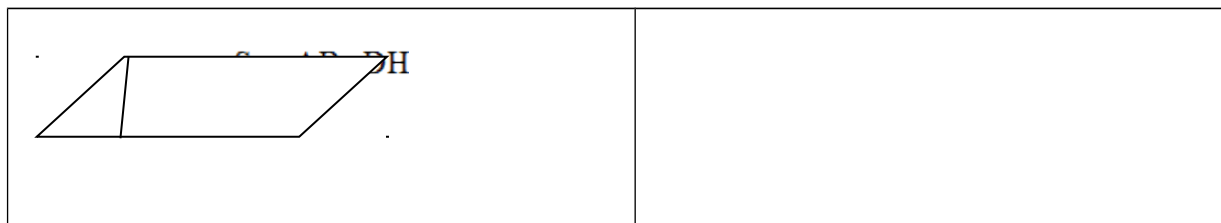
В математике есть много формул для вычисления площадей многоугольников. Я познакомился с формулами в учебнике « 7- 9 класс геометрия ». Есть формулы вычисления площадей для треугольника, квадрата, прямоугольника, трапеции, параллелограмма, ромба.

Выполняя задание по физике по теме «Давление»: «Найти площадь подошвы по клеткам» я узнал, что можно сосчитать число клеток и прибавить половину суммы неполных клеток. Таким образом, будет известна площадь данной подошвы. Мне стало интересно, можно ли данный приём применить в математике при решении задач. Я стал решать задачи двумя способами.

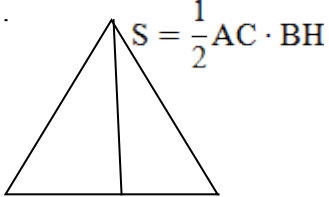
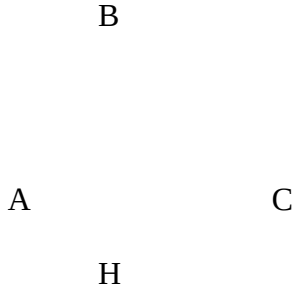
### Формулы для вычисления площадей многоугольников

А) В учебнике геометрии я нашел формулы для вычисления площадей.

1. Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.



2. Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

 $S = \frac{1}{2} AC \cdot BH$	
---	--

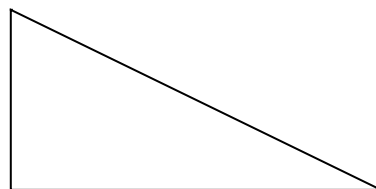
3. Площадь трапеции равна произведению полусуммы её основания на высоту.

$$S = \frac{1}{2} (AD + BC) \cdot BH$$



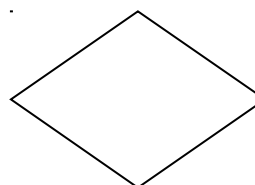
4. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

$$S = \frac{1}{2} a \cdot b$$




5. Площадь ромба равна

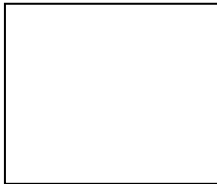
$$S = d_1 d_2$$



6. Площадь прямоугольника равна произведению смежных сторон.

$S = a \cdot b$	
-----------------	--

7. Площадь квадрата равна произведению двух его сторон.

$S = a \cdot a$	
-----------------	--

Б) В процессе изучения темы из других источниках я узнал, что есть способы разрезания, дополнительного построения, симметрии для вычисления площадей многоугольников, заданных на клетчатой бумаге. Ещё я познакомился с формулой Пика. **Георг Алексáндр Пик** (10.08.1859-13.07.1942), австрийский математик.

**Теорема Пика для вычисления площади многоугольника с целочисленными вершинами .**

- Пусть  $L$  — число целочисленных точек внутри многоугольника,
- $B$ — количество целочисленных точек на его границе,
- $S$ — его площадь.

Тогда справедлива **формула Пика**:

$$S=L+B/2-1$$

Я буду пользоваться этой формулой в более удобном для меня виде. Введу другие обозначения:

$B$  - число целочисленных точек внутри многоугольника,

$\Gamma$  - количество целочисленных точек на его границе, тогда формула Пика будет иметь вид:

$$S=B+\Gamma/2-1$$

## Проверка гипотезы. Вычисление площадей.

Решение задач из учебника геометрии, сборника заданий для подготовки к ЕГЭ.

№ 449

Найдите площадь квадрата, если его сторона равна:

а) 1,2 см , б)  $\frac{3}{4}$  дм.

Решение:

а)  $S = a \cdot a$

$$S = 1,2 \cdot 1,2 = 1,44 \text{ см}^2$$

б)  $S = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \text{ дм}^2$

№452

Пусть а и b – смежные стороны прямоугольника, а S- его площадь. Вычислите: S, если а= 8,5 см, b= 3,2см

Решение:

$$S = ab$$

$$S = 8,5 \cdot 3,2 = 27,2 \text{ см}^2$$

№459

Пусть а- основание, h- высота, а S- площадь параллелограмма. Найдите: S, если а=15см, h=12см.

Решение:

$$S = a \cdot h$$

$$S = 15 \cdot 12 = 180 \text{ см}^2$$

№468

Пусть а- основание, h- высота, а S- площадь треугольника. Найдите: S, если а=7см, h=11см.

Решение:

$$S = \frac{1}{2} ah$$

$$S = \frac{1}{2} 7 \cdot 11 = 38,5 \text{ см}^2$$

№471

Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны: 4см и 11см.

Решение:

$$S = \frac{1}{2} ab$$

$$S = \frac{1}{2} 4 \cdot 11 = 22 \text{ см}^2$$

$$3.4.30 \quad S = 4 + \frac{7}{2} = 4 + 3,5 = 7,5 \text{ см}^2$$

$$3.4.31 \quad S = 2 + \frac{8}{2} = 2 + 4 = 6 \text{ см}^2$$

$$3.4.32 \quad S = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ см}^2$$

$$3.4.33 \quad S = 1 + \frac{9}{2} = 1 + 4,5 = 5,5 \text{ см}^2$$

$$3.4.34 \quad S = \frac{8}{2} = 4 \text{ см}^2$$

$$3.4.35 \quad S = \frac{8}{2} = 4 \text{ см}^2$$

$$3.4.36 \quad S = 5 + \frac{8}{2} = 5 + 4 = 9 \text{ см}^2$$

**3.4.31**

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

**a=3, h=4**

$$S = \frac{1}{2} 4 \cdot 3 = 6 \text{ см}^2$$

**3.4.32**

**a=2, h=2**

$$S = \frac{1}{2} 2 \cdot 2 = 2 \text{ cm}^2$$

**3.4.33**

**a=3, b=5**

$$S_1 = \frac{1}{2} 3 \cdot 5 = 7,5 \text{ cm}^2$$

**a=3, b=2**

$$S_2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 3 = 3 \text{ cm}^2$$

$$S = 7,5 - 3 = 4,5 \text{ cm}^2$$

**3.4.34**

**a=3**

$$S = 3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$$

**a=3, b=2**

$$S = \frac{1}{2} 2 \cdot 3 = 3 \text{ cm}^2$$

**a=1, b=2**

$$S = \frac{1}{2} 2 \cdot 1 = 1 \text{ cm}^2$$

**a=1, b=3**

$$S = \frac{1}{2} 1 \cdot 3 = 1,5 \text{ cm}^2$$

$$S = 3 + 1 + 1,5 = 4,5 \text{ cm}^2$$

$$S = 9 - 4,5 = 4,5 \text{ cm}^2$$

**3.4.35**

**a=2, b=1**

$$S_1 = \frac{1}{2} 2 \cdot 1 = 1 \text{ cm}_2$$

**a=4, b=3**

$$S_2 = \frac{1}{2} 4 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$$

**a=3, b=1**

$$S_3 = \frac{1}{2} 1 \cdot 3 = 1,5 \text{ cm}^2$$

$$S_4 = 1 \cdot 1 = 1 \text{ cm}^2$$

$$S = 1 + 6 + 1,5 + 1 = 9,5 \text{ cm}^2$$

**3.4.37**

$$S = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}^2$$

**3.4.38**

$$S = 10 + \frac{7}{2} = 13,5 \text{ cm}^2$$

**3.4.39**



$$S = 10 + \frac{8}{2} = 14 \text{cm}^2$$

**3.4.37**

$$a=2, b=2$$

$$S = 2 \cdot 2 = 4 \text{cm}^2$$

**3.4.38**

$$a=6, b=3, h=3$$

$$S = \frac{1}{2}(6 + 3)3 = 13,5 \text{cm}^2$$

**3.4.39**

$$a=5, b=2, h=4$$

$$S = \frac{1}{2}(5 + 2)4 = 14 \text{cm}^2$$

**№ 1**

$$S = 17 + \frac{4}{2} = 19 \text{cm}^2$$

**№ 2**

$$S = 5 + \frac{10}{2} = 10 \text{cm}^2$$

**№3**

$$S = 12 + \frac{11}{2} = 17,5 \text{cm}^2$$

**№4**

$$S = 7 + \frac{12}{2} = 13 \text{cm}^2$$

**№5**

$$S = 3 + \frac{6}{2} = 6 \text{cm}^2$$

**№1**

$$a=5, b=4, h=4$$

$$S = \frac{1}{2}(5 + 4)4 = 19 \text{cm}^2$$

**№2**

$$a=5, h=4$$

$$S = \frac{1}{2}5 \cdot 4 = 10 \text{cm}^2$$

**№3**

$$a=5, b=2, h=5$$

$$S = \frac{1}{2}(5 + 2)5 = 17,5 \text{cm}^2$$

#### №4

$$S = 4 \cdot 5 = 20 \text{ см}^2$$

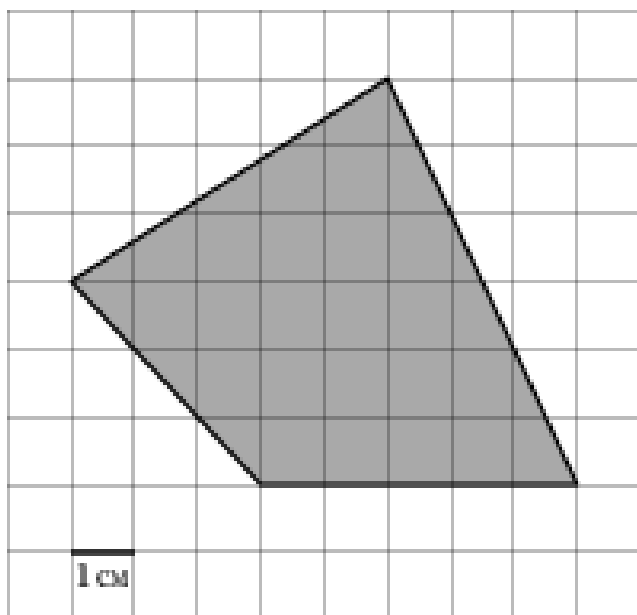
$$S = 20 - (4 + 1,5 = 2,5) = 20 - 8 = 12 \text{ см}^2$$

#### № 5

$$a=6, b=2$$

$$S = \frac{1}{2} 6 \cdot 2 = 6 \text{ см}^2$$

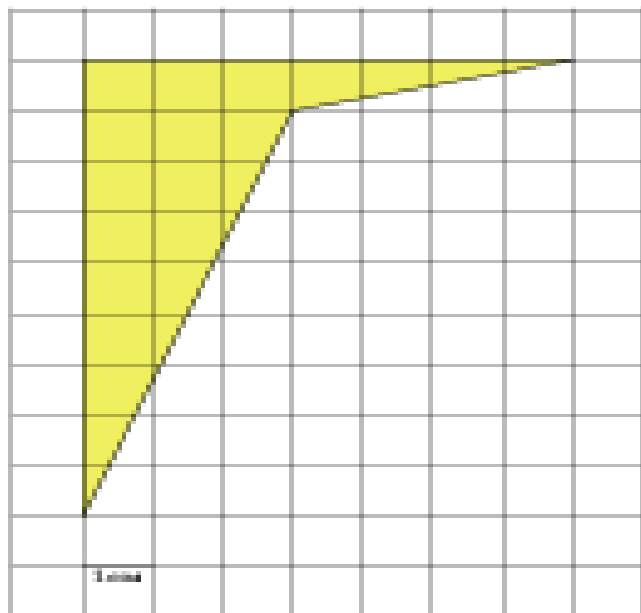
Пример 1. Найдите площадь четырехугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см 1 см (см. рис.). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.



Здесь:  $B=22$ ,  $\Gamma =12$ ,

$$S=B+\Gamma/2 - 1.$$

$$S = 22+ 12/2 - 1= 27 \text{ (см}^2\text{)}$$



Здесь:  $B = 9$ ,  $\Gamma = 18$ ,  
 $S = B + \Gamma/2 - 1$ .  
 $S = 9 + 18/2 - 1 = 17$  (см<sup>2</sup>)

**Вывод:** Я решил 14 задач на нахождение площадей многоугольников способом из физики и способом из учебника. В 9 из 14 задачах ответы сошлись, а 5 задачах ответы были разными, но различие было небольшим, в десятых и сотых долях. Сравнивая полученные ответы, я получил, что результаты были одинаковые в задачах на нахождение площади квадрата, прямоугольника, параллелограмма, трапеции и прямоугольных треугольников. По формуле Пика результаты тоже получаются верными.

### Заключение

Считаю, что моя гипотеза подтверждается. Изученные мною способы вычисления площадей многоугольников, можно использовать при решении задач. Конечно, решать надо по формулам из учебника, но проверить свое решение

можно другими способами. Использование в физике способа «по клеточкам» считаю обоснованным. Думаю, что эти способы надо знать и выпускникам 11 класса. Именно решать такие задачи на экзамене.



### **Список литературы**

1. Васильев Н.Б. Вокруг формулы Пика, журнал «Квант» №12, 1974 г., с.39-43.
2. Кушниренко А. Целые точки в многоугольниках и многогранниках, журнал «Квант» №4, 1977г., с.13-20.
3. Математический энциклопедический словарь. – Москва «Советская

энциклопедия» 1988г.

4. Смирнов В. А. ЕГЭ. Математика. Задача В6. Планиметрия. Р/т. – М.: МЦНМО, 2011.

5. Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрия на клетчатой бумаге. – М.: Чистые пруды, 2009.

6. Задачи открытого банка заданий по математике ФИПИ, 2010 – 2011. Режим доступа: <http://mathege.ru/or/ege/ShowProblems.html?posMask=32>

7. Жарковская Н. М., Рисс Е. А. Геометрия клетчатой бумаги. Формула Пика, журнал «Математика», 2009, № 17, с. 24-25.

### Список интернет-ресурсов:

1. <http://hijos.ru/2011/09/14/formula-pika/> сайт «Математика, которая мне нравится»
2. [http://ru.wikipedia.org/wiki/%D4%EE%F0%EC%F3%EB%E0\\_%CF%E8%EA%E0](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D4%EE%F0%EC%F3%EB%E0_%CF%E8%EA%E0) свободная энциклопедия «Википедия»
3. [http://kvant.ras.ru/1974/12/vokrug\\_formuly\\_pika.htm](http://kvant.ras.ru/1974/12/vokrug_formuly_pika.htm) журнал «Квант», статья Н.Б. Васильева «Вокруг формулы Пика»
4. [http://sm-shihova.ucoz.ru/Komu\\_interesno/Komuinteresno\\_6.pdf](http://sm-shihova.ucoz.ru/Komu_interesno/Komuinteresno_6.pdf) - Математика, 5-6: книга для учителя. Автор/создатель: Суворова С.Б., Кузнецова Л.В., Минаева С.С., Рослова Л.О.