Департамент образования и науки Кемеровской области

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего профессионального образования

«Кемеровский государственный университет»

Центр довузовской подготовки

Научно-практическая конференция исследовательских работ учащихся

«Эрудит-2014»

математика

**Элементы проективной геометрии.**

**Теорема Дезарга.**

 *Автор*: Колесникова Наталья

 Сергеевна

 *Класс:*11

 *ОУ*: МБОУ «СОШ №27»

 *Город*: Киселёвск

 *Научный руководитель:* Бельц

 Марина Николаевна, учитель

 математики

КЕМЕРОВО 2014

Оглавление

Введение………………………………………………………………………...3

Глава I.Основная часть

 I.1.Элементы проективной геометрии………………………………….4-5

 I .2.Проективная прямая………………………………………………......6

 I .3 .Проективная плоскость………………………………………………7

## Глава II.Теорема Дезарга.

 II.1Дезарг – основоположник проективной геометрии………………….8

 II.2 Теорема Дезарга и её модификации……………………………….9-12

 II.3.Принцип двойственности……………………………………………..13

Глава III.1. Применение теоремы Дезарга для построения прямых.

 III.1. Задача 1.Даны две различные параллельные прямые *а* и b и

 точка А, не лежащая на них. Через точку А проведите

 прямую, параллельную данным прямым…………………………..14

 III.2. Задача 2.Стороны угла пересечены двумя

 параллельными прямыми и на одной стороне дана точка А.

 Найдите точку пересечения прямой, проходящей через

 точку А параллельно проведенным прямым, со второй

 стороной угла…..................................................................................15

 III.3. Задача 3.Даны две прямые а и в, пересекающиеся в

 недоступной точке L( т.е. лежащей вне пределов чертежа),

 построить прямую, соединяющую точку L с данной

 (доступной) точкой М……….………………………………………15

 III.4. Задача 4. Доказать, что медианы треугольника

 пересекаются в одной точке……………………………………….16

 III.5. Задача 5. В четырёхугольник вписана трапеция,

 параллельные стороны которой параллельны его

 диагонали. Доказать, что непараллельные стороны

 пересекаются на другой диагонали....…...………………………...16

.

Глава IV. Проективная геометрия в картах Таро……………………......17-18

Заключение…………………………………………………………………….19

Список литературы……………………………………………………………20

Приложение..................................................................................................21-22

**Введение.**

С момента возникновения геометрия развивалась, тесно переплетаясь с другими науками: математикой, механикой, физикой, а также оказывала влияние на разработку теоретических основ в технике и изобразительном искусстве. Потребность в построении изображений по законам геометрии (проекционных чертежей, "projecere"- бросать вперед) возникла из практических задач строительства сооружений, укреплений, пирамид и т.д.), а на позднем этапе - из запросов машиностроения и техники.

 На рисунках 1 и 2 изображено одно и то же геометрическое тело – куб. Однако, нельзя не заметить между этими двумя изображениями существенные различия. В то время, как на первом чертеже параллельные ребра куба изображаются параллельными отрезками, а параллельные грани – равными параллелограммами, на втором чертеже параллельные ребра не изображаются в виде параллельных отрезков, а среди четырехугольников, изображающих грани, вообще не найдется пары равных между собой.



 Рисунок 1

 Рисунок 2

Так по каким же законам происходят построения а этих случаях? Вот с этим и решила разобраться.

 **Цель работы:** изучение элементов проективной геометрии и основополагающей теоремы- теоремы Дезарга.

 В ходе исследования сформировались **задачи**:

* Изучить необходимую литературу по данной теме;
* Определить и рассмотреть использование теоремы Дезарга в решении задач.

 **Актуальность темы работы** обусловлена широким применением проективной геометрии. Без проекций никак не обойтись в инженерной графике, архитектуре, живописи и картографии. Архитекторы, делающие чертёж здания на ватмане, тем самым проектируют пространственную конфигурацию здания на плоскость. При этом они должны знать и учитывать все законы проектирования, то есть применять проективную геометрию. Другой пример: художник, создавая картину, проектирует на плоскости трёхмерное изображение, пользуясь при этом законами проективной геометрии.

**Глава I.Основная часть.**

**I.1.Элементы проективной геометрии.**

Рассмотрим произвольную плоскость α и пучок параллельных прямых. Через любую точку М в пространстве проходит единственная прямая из этого пучка. Точка пересечения М1 этой прямой и плоскости α называется проекцией точки М на плоскость α. Поэтому множество проекций всех точек данной фигуры-параллельная проекция фигуры (рис. 3). Рассмотрим центральную проекцию. Для этого вместо пучка параллельных прямых возьмем пучок прямых, проходящих через одну точку О, не лежащую в плоскости α (рис. 4).

 М О

 α

 М1 α

Рисунок 3 Рисунок 4

Казалось бы, зачем вообще строить такую кривую и неудобную центральную проекцию, когда можно обойтись гораздо более простой параллельной. Однако, дело в том, что мы видим окружающий нас трехмерный мир как раз в центральной проекции. Вспомните хотя бы железнодорожные рельсы, сходящиеся к горизонту. Контуры ощутимо сжимаются по направлению к линии горизонта. Дальние объекты кажутся нам мелкими, ближние – крупными. Изучение центральной проекции начали художники, поставившие задачу изобразить на плоском холсте трехмерный мир таким, каким мы его видим. В XIV – XV вв. мастера Возрождения научились строить перспективные изображения. Перспектива – это центральная проекция пространства на плоскость холста. Центр проекции – глаз художника. Но до тех пор, как за дело взялись математики, перспектива оставалась лишь набором эмпирических правил. Только в середине XIX века окончательно сложилась такая область математики, как проективная геометрия. В основе ее лежит центральное проецирование, но вместо решения задач на построение математики занялись исследованиями того, какие свойства фигур остаются неизменными при центральном проецировании. Это привело, во-первых, к открытию многих замечательных, неизвестных ранее теорем, а во-вторых, к глубоким серьезным обобщениям, позволившим А. Кэли сказать в конце XIX века, что «проективная геометрия ­– это вся геометрия».

 Перспективное отображение не сохраняет ни длины отрезка, ни середины отрезка, ни меры угла, ни перпендикулярности, ни параллелизма прямых. Образами параллельных прямых являются, вообще говоря, пересекающиеся прямые. Следовательно, все эти понятия длина отрезка, середина отрезка, мера угла, перпендикулярность, параллелизм не являются проективными и в проективных предложениях не могут встречаться. Поэтому ни циркуль, ни треугольник не являются проективными чертежными инструментами. Единственным проективным чертежным инструментом является линейка односторонняя, без делений как средство проведения прямых линий. Так как перспективное отображение может переводить параллельные прямые в пересекающиеся и наоборот, то оно не является взаимно однозначным на всякой прямой, лежащей в плоскости или и не параллельной линии пересечения s, имеется одна точка, для которой не существует в другой плоскости образа или соответственного прообраза.

**I .2.Проективная прямая.**

 Рассмотрим центральную проекцию плоскости α на плоскость α'. Если эти две плоскости параллельны, то такое проецирование будет простым преобразованием подобия (гомотетией), поэтому будем в дальнейшем рассматривать случай, когда плоскости α и α' пересекаются.

 Для того, чтобы понять, какие свойства фигур останутся при этом неизменными, начнем с простейших фигур – точек и прямых. На первый взгляд все обстоит совсем просто: точки переходят в точки, прямые – в прямые, если прямая *m* проходит через точку А, то ее проекция *m*' проходит через проекцию точки А, точку А'. Однако даже здесь начинают возникать проблемы.

Рисунок 5

Рассмотрим центральную проекцию прямой *m* на прямую *m*' (рис.5). Прямая ОА пересекает *m*' в точке А', и, значит, точка А' является проекцией точки А. Но вот прямая ОВ параллельна прямой *m*'. Значит, точке В не соответствует никакая точка прямой *m*'. Зато, если взять на прямой *m*' точку С' такую, что ОС' параллельна *m*, то получается, что на прямой *m* не найдется точки, проекцией которой служит точка С'. Будем двигать точку А вдоль прямой *m* по направлению к точке В. Чем ближе точка А к точке В, тем дальше уходит по прямой *m*' ее проекция А'. В тот момент, когда точки А и В совпадают точка А' «уходит в бесконечность», а затем появляется с другой стороны на прямой *m*'. Если двигать точку А все дальше и дальше по прямой *m*, то ее проекция на прямой *m*' будет приближаться к точке С'. Но достигнуть этого предельного положения точка А' сможет лишь тогда, когда точка А на прямой *m* «уйдет в бесконечность», т.е. в «бесконечно удаленную точку». Теперь можно сказать, что проекцией точки В является бесконечно удаленная точка прямой *m*', а бесконечно удаленная точка прямой *m* проецируется в точку С' на прямой *m*'.

 Проективная прямая, полученная из обычной евклидовой прямой добавлением бесконечно удаленной точки, стала замкнутой. При центральном проецировании «бесконечно удаленная» точка одной прямой переходит в «обычную» точку другой прямой, так что свойство точки «быть бесконечно удаленной» не сохраняется при центральной проекции.

## I .3 .Проективная плоскость.

Подобно тому, как проективная прямая получается из евклидовой прямой добавлением одной «бесконечно удаленной» точки, так и проективная плоскость может быть получена добавлением к евклидовой плоскости одной «бесконечно удаленной» прямой. На этой прямой лежат все бесконечно удаленные точки всех прямых плоскости. При этом будем считать, что прямые, которые на евклидовой плоскости являются параллельными, на проективной плоскости пересекаются в бесконечно удаленной точке. Таким образом, в проективной геометрии отсутствует понятие параллельности. Любые две прямые пересекаются. Нет смысла различать при этом в какой точке они пересекаются, «обычной» или «бесконечно удаленной». Все точки проективной плоскости логически равноправны. При центральном проецировании одной плоскости на другую «бесконечно удаленная» прямая одной плоскости перейдет в «обычную» прямую другой плоскости, а прямые которые выглядели «параллельными» станут пересекающимися. Таким образом, на проективной плоскости нет параллельных прямых, нельзя обычным образом измерить расстояние между точками, угол между прямыми. Ясно, что расстояния между точками и углы между прямыми не сохраняются, то есть не являются проективными свойствами. Нельзя также сказать, что из трех точек одной проективной прямой одна лежит между двумя другими, как нельзя, например, сказать это о трех точках окружности.

Значит, на проективной плоскости нельзя определить такие фигуры как отрезок или даже треугольник. Можно, конечно, провести три прямые, которые пересекутся в трех разных точках. Такую фигуру называют трехсторонником или трехвершинником. Но если попытаться выделить на чертеже «внутреннюю область», ограниченную этими прямыми, то при центральном проецировании эта область может перестать быть «треугольником» в привычном смысле слова, как это видно на рисунке 6.

Рисунок 6.

## Глава II.Теорема Дезарга.

**II.1. Дезарг – основоположник проективной геометрии.**

**Дезарг** Жерар [1591—1661], французский математик. Был военным инженером. Заложил основы проективной и начертательной геометрии. В своих исследованиях систематически применял перспективное изображение. Первым ввёл в геометрию *бесконечно удаленные элементы.* Дезаргу принадлежит одна из основных теорем проективной геометрии (ТЕОРЕМА ДЕЗАРГА). Дезаргу принадлежат также сочинения о резьбе по камню и о солнечных часах, где он даёт геометрические обоснования практическим операциям. В 1636 г. Дезарг написал небольшое сочинение под заглавием «Общий метод изображения предметов в перспективе». В этой работе он впервые применяет метод координат для построения перспективных масштабов. В качестве одной из осей он выбирает линию пересечения картинной и предметной плоскости, второй осью служит перпендикуляр к предметной плоскости, лежащий в картинной плоскости, а третьей перпендикуляр к картинной плоскости, лежащий в предметной. Следовательно, картинная и предметная плоскости служат двумя координатными плоскостями, а третья к ним перпендикулярна. На осях координат наносятся масштабы широт, высот и глубин, при этом последний дается в перспективе Любопытно, что эта работа вызвала ряд нападок, в ответ на которые Дезарг объявил, что он уплатит 100 пистолей тому, кто найдет ошибку в его методе, и 1000 франков тому, кто предложит лучший метод. Другое сочинение Дезарга, посвященное вопросу о пересечении конуса с плоскостью 1639 было утеряно и только случайно в 1845 г. французский геометр и историк математики М. Шаль нашел у одного парижского букиниста рукописную копию с этого замечательного труда. В нем Дезарг впервые рассматривает конические сечения как перспективу круга.

 Работы Дезарга заложили научные основы проективной геометрии, поэтому его следует по справедливости считать основоположником этой дисциплины. Доказательство теоремы Дезарга основывается на переходе в трехмерное пространство. Таким образом, предметы рассматриваются как проекции на плоскость пространственной структуры. В теореме Дезарга точки и прямые формируют своеобразную конфигурацию Дезарга. В конфигурации Дезарга через каждые 10 точек проходят 3 прямые, а на каждой из 10 прямых лежат 3 точки. Важно, что при этом любая из 10 точек может быть взята за «вершину трёхгранной пирамиды». Благодаря научным изысканиям математика, инженера и архитектора Жерара Дезарга были заложены основы современной начертательной и проективной геометрии.

**II.2. Теорема Дезарга и её модификации.**

Теорема Дезарга верна как в том случае, когда треугольники АВС и А2В2С2 расположены в двух разных плоскостях, так и в том случае, когда они расположены в одной плоскости. В первом случае мы говорим о теореме Дезарга в пространстве,

вовтором случае о теореме Дезарга на плоскости.

 Теорема Дезарга (и её модификации) является одной из центральных теорем проективной геометрии, описывающей отношение «принадлежности» между точками и прямыми. Она позволяет легко решать задачи на доказательство принадлежности трех точек одной прямой, принадлежности трех прямых одному пучку, задачи на построение. На проективной плоскости теорема Дезарга формулируется для двух трехвершинников.

 ***Теорема Дезарга:*** ***если прямые, соединяющие соответственные вершины двух трехвершинников, пересекаются в одной точке, то соответствующие стороны пересекаются в трех точках, лежащих на одной прямой***(рис.7).



Рисунок 7

 В этом случае ∆АВСи∆ А2В2С2 и называются перспективными, точка S- центром перспективы, прямая s - осью перспективы. На евклидовой плоскости не всякие две прямые пересекаются, а принадлежность прямых пучку может означать параллельность этих прямых. Поэтому теорему Дезарга на евклидовой плоскости в виде одного предложения сформулировать не удается. Вместо одного предложения возникает пять.

Теорема 1. Если прямые, соединяющие соответственные вершины треугольников ∆АВСи∆ А2В2С2, пересекаются в одной точке S, и прямые, содержащие соответствующие стороны треугольников, пересекаются в трех точках А3,В3,С3, то эти три точки лежат на одной прямой.

Теорема 2. Если прямые, соединяющие соответственные вершины треугольников ∆АВСи∆ А2В2С2, параллельны, а прямые, проходящие через соответственные стороны АВ и А2В2, ВС и В2С2, СА и С2А2, пересекаются в трех точках, то точки их пересечения WVU, лежат на одной прямой (рис.8).

 B

 A

 C V W

 U C2

 A2 B2

Рисунок 8

**Теорема 3**. Если прямые, соединяющие соответственные вершины треугольников ∆АВСи∆ А2В2С2, пересекаются в одной точке S, и две прямые, содержащие соответствующие стороны треугольников, пересекаются, а третья пара соответственных сторон параллельна, то прямая, соединяющая точки пересечения первых двух пар сторон, параллельна сторонам треугольников (рис.9).

 S

 B A C

 V

 U C2

 A2 B2

Рисунок 9

**Теорема 4**. Если прямые, соединяющие соответственные вершины треугольников ∆ АВС и ∆А2В2С2, пересекаются в одной точке S, и две пары соответственных сторон этих треугольников параллельны, то и третья пара сторон лежит на параллельных прямых (рис. 10).

 S

 B

 A C

 A2 B2

 **C2**

Рисунок 10

**Теорема 5.** Если прямые, соединяющие соответственные вершины треугольников ∆ АВС и ∆А2В2С2**,** параллельны, а также параллельны две пары соответственных их сторон, то и третья пара сторон лежит на параллельных прямых (рис. 11).

B

 A C

B2

 C2

 A2

Рисунок 11

Доказать теорему Дезарга можно, и не используя аппарат проективной геометрии. Действительно (рис. 12), пусть треугольники АВС и А'В'С' не лежат в одной плоскости, тогда пары их соответственных сторон лежат в плоскостях граней трехгранного угла с вершиной О, и, следовательно пересекаются не только на плоском изображении, но и в пространстве. Эти точки пересечения лежат на одной прямой ­– линии пересечения плоскостей АВС и А'В'С'. *Прямые АА', ВВ', СС' конкурентны.*

**A**

**B**

**A'**

**B'**

**C**

**C'**

**О**

**Р**

**Q**

**R**

##

Рисунок 12

## III. Принцип двойственности.

В формулировке прямой и обратной теорем Дезарга речь идет о десяти точках и десяти прямых. На каждой прямой лежат по три точки, а через каждую точку проходят три прямые.

Значит, в теореме Дезарга можно «поменять местами» точки и прямые. Действительно, будем вместо слов «*точка лежит на прямой*» и «*прямая проходит через точку*» использовать слова «*точка и прямая инцидентны*». Если теперь записать формулировку теоремы, используя этот искусственный оборот, то в получившемся тексте слова «точка» и «прямая» можно менять местами. В результате такой «лингвистической» процедуры прямая теорема Дезарга превратится в обратную. Оказывается, в проективной геометрии такое же «преобразование» можно применить к тексту любой теоремы. Ведь на проективной плоскости, в отличие от евклидовой, нет параллельных прямых. Любые две прямые имеют общую точку. И, конечно же, через любые две точки проходит единственная прямая. Другими словами «*любым двум прямым инцидентна одна общая точка*», «*любым двум точкам инцидентна одна общая прямая*». Здесь мы отказываемся от представления, что «прямая состоит из точек». Будем считать, что на проективной плоскости есть два класса объектов – класс точек и класс прямых. Объекты двух разных классов могут находиться в отношении «инцидентности».

Поскольку в проективной геометрии нет ни расстояний, ни углов, ни площадей, все теоремы относятся только к инцидентности точек и прямых. В условии и заключении участвуют в основном коллинеарные тройки точек (три точки инцидентны одной прямой) и конкурентные тройки прямых (три прямые инцидентны одной точке).

Таким образом, если доказана какая-либо теорема проективной геометрии, то можно считать доказанной и двойственную ей теорему, которая получается из нее, если поменять местами точки и прямые. Простейший пример – перспективное отображение одного пучка на другой. Оно двойственно центральной проекции одной прямой на другую. При центральной проекции прямые, соединяющие соответственные точки, проходят через центр проекции, точку S (рис. 13). Точно так же, при перспективном отображении пучков точки пересечения соответственных прямых лежат на оси перспективы, прямой *s*(рис. 14).

(аb,cd) = (a'b', c'd')

(АВ,CD) = (A'B',C'D')

Рисунок 13 Рисунок 14

### III.1. Применение теоремы Дезарга для построения прямых.

 При решении задач на построение обычно принимают, что плоскость на которой строится чертеж, неограниченна. На практике же построения приходится производить на листе бумаги или классной доске. Отсюда возникают разного рода затруднения; например, точка пересечения каких- нибудь параллельных прямых может оказаться за пределами чертежа. Средства для преодоления такого рода затруднений указываются в специальном разделе теории геометрических построений, носящем название: построение на ограниченном куске плоскости. При решении задач такого раздела можно использовать теорему Дезарга и теорему о существовании и единственности четвертой гармонической точки к трем данным.

**Задача 1. Даны две различные параллельные прямые *а* и b и точка А, не лежащая на них. Через точку А проведите прямую, параллельную данным прямым (использовать только линейку).**

**Построение:** S

1. Возьмём точки С1,В1 ∈ *а*.
2. Возьмём точки С, В, ∈ *в.*
3. S = (СС1) ∩ (ВВ1).
4. Проведем произвольную

прямую *l* ∈S. C1 B1 a

1. *l* ∩ (С1А)=О1 A1 O!
2. *l* ∩ (СА)=О A c
3. (В1О1) ∩ (ВО) = А1.
4. (АА1) = *с* – искомая. C O B b

Исследование:

Задача всегда имеет единственное решение, так как через данную точку можно провести единственную прямую, параллельную данной.

Задача 2. Стороны угла пересечены двумя параллельными прямыми и на одной стороне дана точка А. Найдите точку пересечения прямой, проходящей через точку А параллельно проведенным прямым, со второй стороной угла.

 S

 a

 A1 A

 b

Вспомним теорему элементарной геометрии о том, что если прямая а пересекает стороны угла, то и всякая прямая, параллельная а, тоже пересекает обе стороны угла. Таким образом, задача сводится к построению прямой с , проходящей через точку А и параллельную прямым а и в , то есть к задаче 1.

**Исследование**. Задача имеет единственное решение, так как через данную точку можно провести единственную прямую параллельную данной.

**Задача 3. Даны две прямые а, в, пересекающиеся в недоступной точке L (т.е. лежащей вне пределов чертежа),построить прямую, соединяющую точку L с данной ( доступной ) точкой М.**

Построение :

1)Возьмем точки А∈ а, В ∈ а и А1∈ в ,

В1∈ в. (рис. 17)

2) (АА1) ∩ (ВВ1)= S .

3) Проведем произвольную L

прямую *l*: S ∈ *l*. М

4 (В1 М) ∩ *l=*С1, (ВМ) ∩ *l=* С*.* c

5) (АС) ∩ (А 1С1) = М1  b

6) (ММ1) = *с* – искомая.

 S

 a A

 B

 C L

 M M1

 C1

 B1

 A1

**Задача 4.**Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке.

 В

**Решение.**

Дан ΔАВС. С1 А1

А1В1, А1С1, В1С1- средние линии.

 А1В1║АВ, А1С1║, В1С1║ВС.

 А В1 С

А1В1 ∩АВ= М∞, А1С1∩В1С1 =N∞, В1С1 ∩ВС=К∞.

 Значит М∞, N∞, К∞ лежат на одной бесконечно удалённой прямой.

Из двойственной теоремы Дезарга следует АВ1 ∩А1С ∩, В1С1 = О

**Задача 5.** В четырёхугольник вписана трапеция, параллельные стороны которой параллельны его диагонали. Доказать, что непараллельные стороны пересекаются на другой диагонали.

 **Решение.** ВВ1

АВСД- трапеция. А1 С

А 1В1 С1 Д1 -четырёхугольник.

Рассмотрим ∆АА 1В и ∆ДСС А

По **Теореме2** (стр. 10), т.к С1

АД║А 1С1 ║ВС, значит Д

АВ∩ДС=Р, А 1В∩СС1=В1,

АА1∩С1Д=Д1  и эти точки лежат на одной

прямой т.е. непараллельные стороны

трапеции пересекаются

на прямой, содержащей диагональ В1 Д 1. Д1

**Глава IV. Проективная геометрия в картах Таро.**

 Колоде «Таро Тота», созданной английским мистиком и магом Алистером Кроули в сотрудничестве с художницей Фридой Харрис, отдают предпочтение перед прочими колодами тысячи тарологов-профессионалов, любителей и коллекционеров во всем мире. По данным Американской ассоциации Таро, среди профессиональных тарологов колода Тота занимает второе место по популярности после Таро Райдера-Уэйта. Странная, чарующая красота сочетается в ней с исключительной эффективностью — это одна из самых мощных «рабочих» колод, существующих на данный момент.

 Алистер Кроули записал «Книгу Закона» в 1904 году. Она была продиктована ему сверхчеловеческим разумом, который назвался именем «Айвасс». Эта книга состоит из трех глав, запись которых совершилась в Каире на протяжении трех дней — 8, 9 и 10 апреля.

 Если вырезать эти карты из рамок, из них можно составлять исключительно гармоничные композиции [прил.1-5], особенно из Старших арканов. Почему это так?

 В «Книге Тота» Кроули отмечает, что гармоничность карт свидетельствует о верности применения символов и цветов, подобранных в соответствии с учением священной каббалы, на которой основано его Таро. Составляя коллажи из карт этой колоды, он обратил внимание на то, что связи между теми или иными картами определяются не только цветовыми и символическими параллелями, но и самой геометрией изображений. Какого же рода геометрию использовали для создания этих связей?

 Использованная геометрия, при создании карт, представляет собой разработку классической евклидовой геометрии, основы которой заложил в XVII веке. Она известна под названием «синтетическая проективная геометрия» и своим дальнейшим развитием обязана целому ряду математиков из разных стран Европы. Для всех прямых одного направления бесконечно удаленные точки должны быть тождественны, поскольку этого требует само понятие бесконечной удаленности.

 Так, благодаря введению бесконечно удаленных элементов, проективная геометрия вдохнула новую жизнь в евклидову концепцию жестких, неподвижных форм. В последующие столетия она сделала еще один шаг вперед, введя идею полярной противоположности — фактора, описывающего отношения между центром и периферией, или центральной точкой и бесконечно удаленной от нее поверхностью.

 В результате был сделан вывод, что все точки любого мыслимого пространства находятся на одинаковом расстоянии от бесконечно удаленной поверхности.

 Следующим этапом в развитии проективной геометрии — уже в двадцатом столетии — стало принятие концепции пространства, полярно противоположного нашему трехмерному пространству. Возможно, ли заменить идею бесконечно удаленной поверхности идеей бесконечного центра?..

Концепция бесконечно малой точки, заключающей в себе жизненную силу бесконечности, занимает важнейшее место и в «Книге Закона». Эта точка называется Хадитом.

 Описанные здесь пространственные и временные структуры взывают к самому сокровенному и священному из всего, что у нас есть, и, в конечном счете, служат лишь одной цели: они призваны помочь каждому человеку исполнить его свободную волю. Источник же этой свободной воли — духовный мир: наше высшее «Я», наша душа.

**Заключение.**

Геометрические построения могут сыграть серьезную роль в математической подготовке. Перспективное изображение пространственных фигур использовалось уже в древности при изготовлении театральных декораций, которые должны были создать в зрителе иллюзию реальности происходящего на сцене. Большой практический и теоретический интерес к перспективе возник в эпоху Возрождения. Мастера Возрождения рассматривали картину как «окно» в мир. Художники, следующие перспективе, все же нарушают ее в тех случаях, когда буквальное ее соблюдение привело бы к эффектам, которые воспринимаются как неестественные. Например, при изображении ряда одинаковых цилиндрических колонн, параллельных плоскости проекции, находящихся на равном расстоянии друг от друга, пришлось бы уменьшать видимые промежутки между ними при удалении от центра картины. Сферы, находящиеся далеко от центра картины, должны были бы изображаться не как окружности, а как эллипсы.

 Работы Дезарга заложили научные основы проективной геометрии, поэтому его следует по справедливости считать основоположником этой дисциплины. Любопытно, что его работы вызвали ряд нападок, в ответ на которые Дезарг объявил, что он уплатит 100 пистолей тому, кто найдет ошибку в его методе, и 1000 франков тому, кто предложит лучший метод. Но идеи учёного и его последователей по сей день широко применяются в смежных дисциплинах и послужили основой для зарождения начертательной геометрии.

**Список литературы.**

1. Атанасян Л.С Базылев В.Т Геометрия Учеб. пособие для студентов физ мат. фак. пед. ин-тов. В 2 ч. Ч.2 М. Просвещение, 1987 352 с. Ил
2. Буземан Г. и П. Келли Проективная геометрия и проективные метрики. Издательство иностранной литературы Москва-1957 год
3. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины 19 столетия, пер. с нем 2-е изд -М 1966.
4. Вахмянина О.А Измайлова Т.С Пособие по проективной геометрии Учеб. пособие для студентов педагогических вузов - Оренбург ОГПИ,1994, с ил
5. Глаголев Н.А. « Проективная геометрия» М., Высшая школа,1963
6. Игнациус Г.И. Проективная геометрия. Издательство «Знание» Москва 1966 год.
7. Коксетер С.М. Новые встречи с геометрией М. Наука, 1978, с ил. 10 Базылев, Геометрия-М. Просвещение, 1975 11 Потоцкий Что изучает проективная геометрия.
8. Перепелкин Д.И. «Курс элементарной геометрии», часть 1 - «Геометрия на плоскости», Москва 1948 год.
9. М Просвещение, 1982 12 Певзнер, Проективная геометрия учеб. пособие М. Просвещение, 1980 13 Измайлова Т.С. Лекционный курс по проективной геометрии Оренбург ОГПИ, 1995. 14 Каган В.Ф Очерки по геометрии, М Издательство Московского Университета, 1963. 572с.ил. 15 Комиссарук А.М. Проективная геометрия в задачах.
10. Франгулов С.А Лекции по проективной геометрии - Л.ЛГПИ,1975. ил.
11. Хартсхорн Р. Основы проективной геометрии Учеб. пособие для студентов универститетов М. Мир,1970, ил
12. Четверухин Н.Ф Проективная геометрия, 7 изд М Государственное учебно-педагогическое издательство, 1961, 360 с. ил.
13. http://school-collection.edu.ru/collection/

**Приложение.**

Приложение 1

****

Приложение 2

****

Приложение 3



Приложение 5

