МБОУ школа №7 г.о.г. Кулебаки Нижегородская область

Учебно – методическое пособие

«Справочник для подготовки решения заданий № 7 и №12 (В8 и В14)

при подготовке к ЕГЭ.»

Выполнил:

Учитель математики

МБОУ школа №7 г. Кулебаки

Чурилова Ольга Владимировна

2015г

* ***Место работы*** МБОУ школа № 7 г. о. г. Кулебаки, Нижегородской области
* ***Автор*** Чурилова Ольга Владимировна
* ***Тема учебного модуля*** Справочник для решения заданий № 7 и № 12 (В8 и В14) при подготовке к ЕГЭ.
* ***Класс, в котором проводился курс*** 11класс

Пояснительная записка

Пособие предназначено для учащихся 10-11 классов и молодых специалистов при подготовке к ЕГЭ по вопросам алгебры и началам анализа – заданий № 7 и № 12 (В8 и В14).

Пособие содержит теорию, разные виды заданий, стандартные и нестандартные способы решений.

В данной работе использованы задания предыдущих трех лет и новые задания 2015г из открытого банка заданий.

№ 7 (В8). Дан график функции *у =f(x)* и касательная к нему в точке х0..

Найти *f1 (x0).*

Теория. *у = кх+в* – уравнение прямой

Прямая направлена вверх, к > 0 . Прямая направлена вниз, к < 0.

,*к =*  ,где - это угол между касательной и осью Ох.

1способ. На графике четко видна точка пересечения касательной и оси Оу – это *в* . Подставим это число вместо «*в*» в уравнение касательной *у = кх+в* , а вместо «*х*» и «*у*» подставим координаты точки, через которую проходит касательная. Из полученного уравнения найдем *к*..

2 способ. .

На рис. 1) Найдем прямоугольный треугольник, образованный касательной и осью Ох ( или прямой, параллельной оси Ох).

2) Найдем в этом треугольнике угол В, образованный касательной и осью Ох (или прямой, параллельной оси Ох).

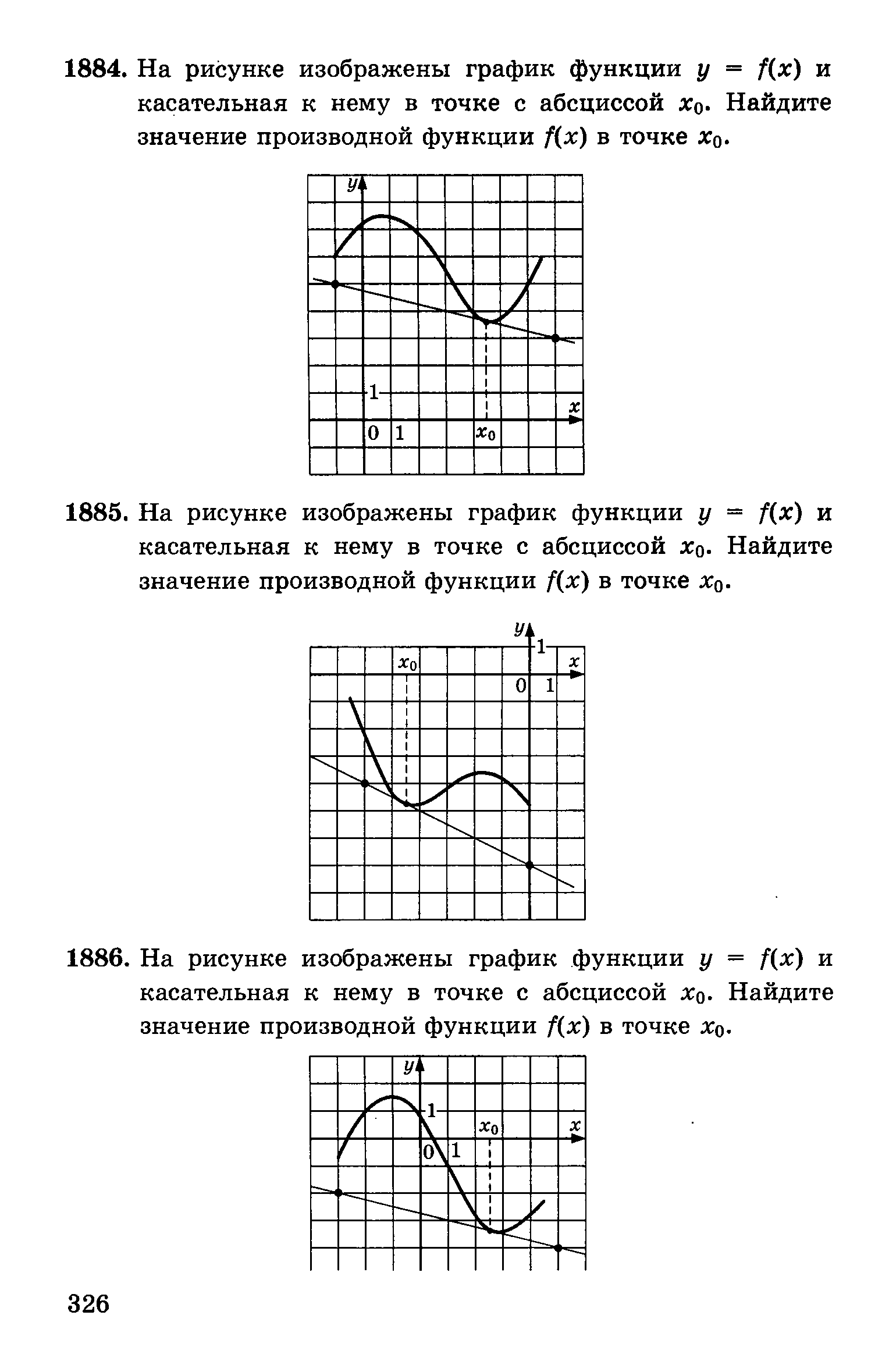
3) Найдем . отношению противолежащего катета к прилежащему.

4) , если касательная направлена вверх; , если касательная направлении вниз.

5) .

3способ. В уравнение *у = кх+в* подставляем координаты двух точек, принадлежащих касательной, получается система из двух уравнений с двумя неизвестными «*к»* и «*в»*. Решая систему, находим «*к».*

Пример. Все задания группы В «ЗАКРЫТЫЙ СЕГМЕНТ». ЕГЭ 3000 задач с ответами.



Решение А(-3;-2), В(5;-4). Подставляем в уравнение *у = кх+в.*

*к* = - 0,25 Ответ:- 0,25.

В

Решение

Хорошо видно пересечение касательной с осью Оу. *в* = -7

А(-6;-4). Подставляем в уравнение *у = кх+в.*

-*6к -7= -4*

*к=-0,5*

Решение

tg

tg

Ответ:

А

А

Дан график производной.

На рисунке дан график производной функции *f(x),* определенной на отрезке.

у=f|(x)

1

4

8

0

-2

-5

2

x

у

Найти:

1) *промежутки возрастания функции f(x)*  – находим, где 0 (т.е находим на оси Ох отрезки, для которых график расположен выше оси Ох) – это и ;

2) *промежутки убывания* *функции f(x)*– находим, где 0. Таких промежутков три – это ;

Задания 1) и 2) решали на основании теоремы:

«Пусть функция *f(x)* непрерывна на отрезке и дифференцируема на интервале (). Тогда, если0 для всех то функция *f(x)* возрастает на отрезке , а если 0, то она убывает на этом отрезке» (стр. 104 Учебник «Алгебра и начала анализа 11 класс Ю.М. Колягин»).

3) *точки максимума функции f(x) –* находим на оси Ох точки, при переходе через которые производная меняет знак с «+» на «- ». х = -2, х = -4 – точки максимума. (Точка х0 является точкой максимума функции *f(x)*, если 0 и при переходе через х0 производная меняет знак с «+» на «- » или если производная в этой точке не существует).

4) *точки минимума функции f(x)-* находим на оси Ох, при переходе через которые производная меняет знак с «- » на «+».х = -4, х = 1 – точки минимума.

5) *точки экстремума функции f(x)*. Точки максимума и точки минимума называются точками экстремума.

Или точки экстремума ищем там, где производная равна 0 и при переходе через эту точку меняет свой знак, либо точки, в которых производная не существует.

Ответ: 4.

6) в какой точке отрезка *функция f(x) принимает наименьшее (наибольшее) значение* ?

На отрезке 0, значит *f(x)* убывает на этом отрезке. График функции *f(x)* на отрезке иметь вид или . Наименьшее значение *f(x)* принимает в

правом конце отрезка,

т.е. в точке х=8, наибольшее – в левом конце отрезка, т.е. в точке х=6.

7) в какой точке отрезка *функция f(x) принимает наименьшее значение* ?

На отрезке х = -4 – точка минимума. Значит, наименьшее значение функция *f(x)* принимает в точке х = -4. (График функции *f(x)* на этом отрезке: ).

8) количество точек, в которых касательная к графику у = f (х) параллельна прямой у=2х -20. т.е. дано (т.к. ). Проводим прямую у = 2 и считаем количество пересечений этой прямой с графиком производной. (прямая у = 2 проходит через число 2 на оси Оу и параллельно оси Ох).

9) *точки, в которых касательная параллельна оси Ох* – т.е дано , т.е. находим точки пересечения графика с прямой у=0 ( с осью Ох).

Дан график функции.

Найти точки, в которых:

1. .

Т.е. дано, что угловой коэффициент касательной равен 0. Прямые с угловым коэффициентом, к=0, параллельны оси Ох, т.е. горизонтальны. Поэтому находим на графике точки с горизонтальной касательной.

1. .

тогда и только тогда, когда эта точка является точкой убывания функции. т.е. находим на графике точки, принадлежащие промежуткам убывания.

Это точки, которые являются точками возрастания функции. Т.е. находим на графике точки, принадлежащие промежуткам возрастания.

1. касательная к графику функции параллельная прямой у=-15. Прямая у=-15 – горизонтальная, значит, касательная тоже горизонтальная. Находим на рисунке точки с горизонтальной касательной.
2. Найти точку минимума.

х=5 – точка минимума, т.к. для всех х из некоторой окресности точки 5 выполняется неравенство *f(x)> f(5).*

х

у

0

1

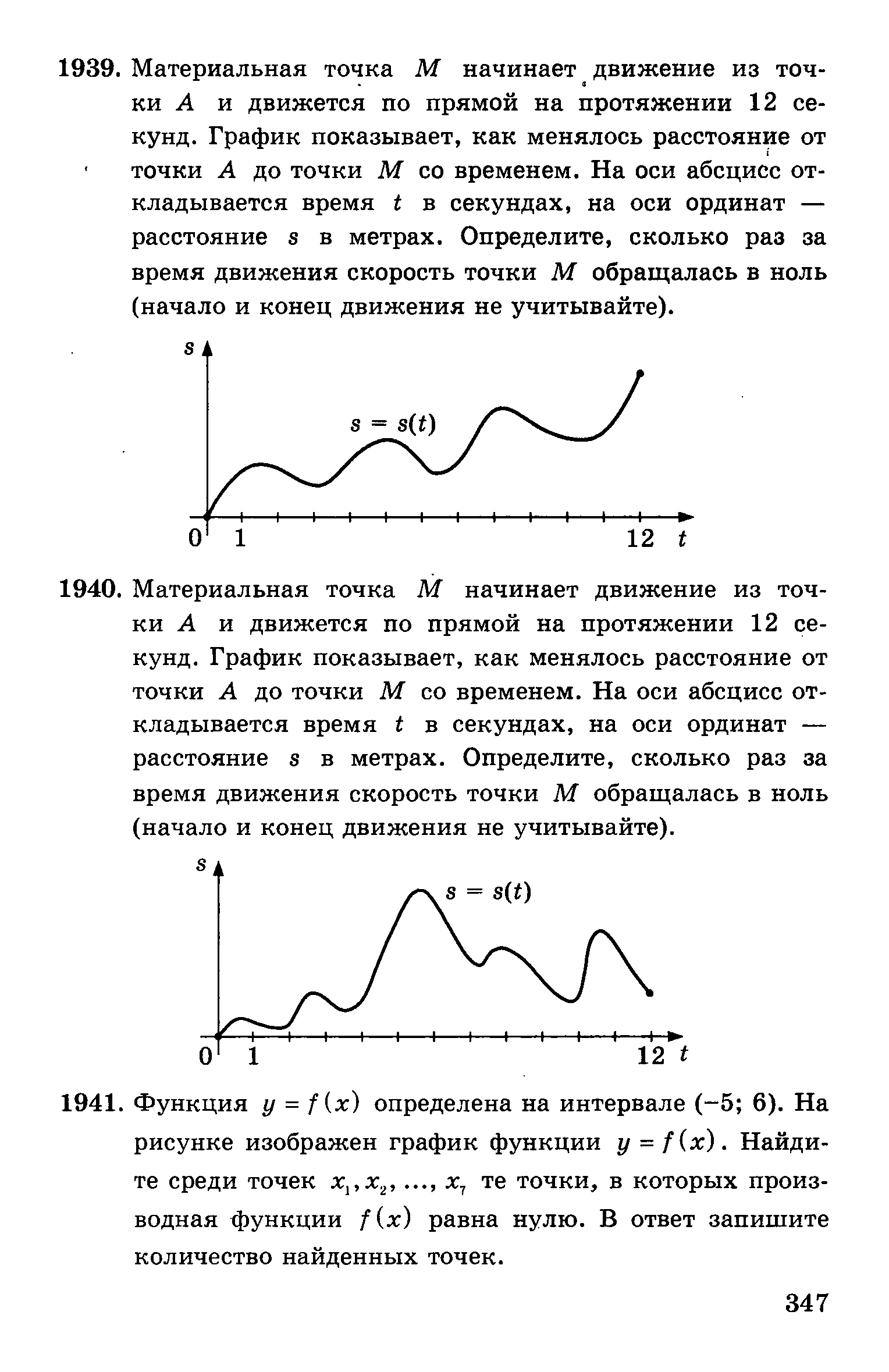
*у = f(x)*

4

5

Нестандартные задачи.

1. №1939, №1940 стр. 347 (3000 заданий)



2. Материальная точка движется прямолинейно по закону х(t) = , где х – расстояние от точки отсчета в метрах, t – время в секундах, измеряемое с начала движения. В какой момент времени ( в секундах) ее скорость была равна 6 м/с?

9 раз

Дано v(t) =0, v(t) = S|(t), т.е. угловой коэффициент касательной равен 0. Прямые, имеющие угловой коэффициент, равный 0, параллельны оси Ох, т.е. горизонтальны. Находим точки с горизонтальной касательной. Таких точек 6 Значит, v(t) обращалась в ноль 6 раз.

Решение: v(t) =

= -2t;

-2t =6

- 4t - 12=0

t1=6, t2= -2.

Ответ: 6.

1. Прямая у = -2х – 3 является касательной к графику функции

. Найдите , учитывая, что абсцисса точки касания меньше 0.

Решение

Для того, чтобы прямая у = кх + являлась касательной к графику функции *f(x)* необходимо и достаточно выполнение двух условий:

=0

= .

Т.к. то

Ответ: 18.

1. На рисунке изображен график некоторой функции у = *f(x)*. Функция

F(x) = - одна из первообразных функции *f(x)*. Найдите площадь закрашенной фигуры.

7

10

х

0

у

Решение

Ответ: 6,75.

№ 12 (В 14)

*Необходимо знать формулы:*

|  |  |
| --- | --- |
| (С)/=0, где С – пост. число | (lnх)/ = |
| (кх + в)/= к | (log*a* х)/ = |
| (хр)/= р хр-1 | (sinх)/ =cosx |
| (ех)/= ех | (cosх)/ = - sinx |
| (ах)/= ах lnх | (tgх)/ = |
|  | (ctgх)/ = |
| Производная произведения  )  Производная частного | |
| Производная сложной функции: | |

Пример.

Найти наименьшее ( наибольшее) значение функции на отрезке.

Алгоритм:

1. Найти значение функции на концах отрезка
2. Найти f/(x)
3. Найти критические точки, т. е. точки в которых f/(x)=0 или не существует (точки в которых f/(x)=0 называются стационарными).
4. Выяснить, какие из критических точек принадлежат отрезку
5. Найти значение f в этих критических точках
6. Сравнить ответы в п.1 и п.5. выбрать наименьшее ( наибольшее)

Пример1. Найти наибольшее значение функции у = х3 – 6х2 +9 на

Решение

1. f(-1)=

f(2)=

1. f/(x)=
2. f/(x)=0,

х(х – 4) = 0

х1 =0, х2=4

1. , 4
2. f(0)= 9
3. Сравниваем 2, -7, 9

Ответ: 9.

Нестандартные решения.

Пример2. Найти наибольшее значение функции на отрезке .

Решение

1. ( далее не вычисляем, т.к. ответ с числом «» быть не может)

у(0) =

Видим, что у/(x) > 0 на всем отрезке ().

Значит, функция возрастает на и наибольшее значение достигается в правом конце отрезка.

Ответ: 3.

Пример3.Найти наибольшее значение функции.

Решение

. Любая другая степень числа е имеет приближенное значение.

при х = -11

-11.

у(-11) =

Ответ: 39.

Пример 4. Найти наименьшее значение функции на отрезке .

Решение

натуральный логарифм любого другого числа имеет приближенное значение.

1.

у(1) =

Ответ: -10.

Найти точку минимума ( точку максимума) функции

Алгоритм:

1. Найти область определения функции
2. Найти f/(x)
3. Найти стационарные точки (f/(x)=0)
4. Выяснить знак производной слева и справа от стационарной точки.
5. Если f/(x) меняет знак с «-» на «+», то эта точка – точка минимума (если f/(x) меняет знак с «+» на «-», то эта точка – точка максимума).

Пример: Найти точку максимума функции

1. Область определения: х + 9 > 0

х >-9.

1. у*I*=
2. у*I*(х) = 0,

-10х-89=0, а х+9

х= - 8,9

-8,9

-9

у(х)

+

-

х

у*I*(х)

х = -8,9 – точка максимума.

Ответ: -8,9.

Нестандартные решения.

Пример 1. Найти наименьшее значение функции.

Решение

Рассмотрим функцию у =. Графиком является парабола, ветви которой направлены вверх. Функция принимает наименьшее значение в вершине параболы.

2 – наименьшее значение функции

Ответ: 2.

Пример 2. Найти наибольшее значение функции .

Решение

Рассмотрим функцию у =. Графиком является парабола, ветви которой направлены вверх. Функция принимает наименьшее значение в вершине параболы.

.

- точка в которой функция у(х) принимает наименьшее значение, а функция принимает наибольшее значение.

.

Ответ: 0,5

Полезно знать следующее утверждение:

Если значения функции f(x) неотрицательны на некотором промежутке, то эта функция и функция у(х) =,где n – натуральное число, принимают наибольшее ( наименьшее) значение в одной и той же точке.

Пример. Найти наибольшее значение функции f(x) =.

Рассмотрим функцию у(х) = . Задача сводится к нахождению точки максимума для этой функции. Точку максимума можно найти по алгоритму, а можно обойтись без производной.

у(х) . Графиком является парабола, ветви которой направлены вниз. Наибольшее значение функция принимает в вершине параболы.

=

=2.

Ответ: 2.

Литература

1. Ю.М.Колягин, М.В. Ткачев и др. Учебник «Алгебра и начала математического анализа». Издательство «Просвещение» 2009г.
2. А.Л.Семенов, И.В. Ященко «ЕГЭ. 3000 задач с ответами по математике. Закрытый сегмент». Издательство «Экзамен» Москва, 2013г (электронная версия)
3. И.В. Ященко «ЕГЭ. 4000 задач с ответами по математике. Закрытый сегмент». Издательство «Экзамен» Москва, 2015г (электронная версия)