**Конспект урока по математике в 9 классе**

**Тема урока: Арифметическая прогрессия.**

**Тип урока:** урок изучения нового материала.

**Цель урока:**

Формирование понятия арифметической прогрессии как одного из видов последовательностей, вывод формулы n-го члена.

Знакомство с характеристическим свойством членов арифметической прогрессии.

Закрепление изученного. Решение задач.

**Задачи** **урока:**

Образовательные - ввести понятия арифметической прогрессии; формулы *n*-го члена; характеристическое свойство, которым обладают члены арифметических прогрессий.

Развивающие - вырабатывать умения сравнивать математические понятия, находить сходства и различия, умения наблюдать, подмечать закономерности, проводить рассуждения по аналогии; сформировать умение строить и интерпретировать математическую модель некоторой реальной ситуации.

Воспитательные - содействовать воспитанию интереса к математике и ее приложениям, активности, умению общаться, аргументировано отстаивать свои взгляды.

**Оборудование:** компьютер, мультимедийный проектор, презентация (Приложение 1)

**План урока:**

1. Организационный момент, постановка задачи

2. Актуализация знаний, устная работа

3. Изучение нового материала

4. Первичное закрепление

5. Подведение итогов урока

6. Домашнее задание

**Ход урока**

**I. Организационный момент, постановка задачи.**

Приветствие.

Тема сегодняшнего урока - арифметическая прогрессия. На этом уроке мы узнаем, что такое арифметическая прогрессия, какой общий вид она имеет, выясним, как отличить арифметическую прогрессию от других последовательностей и решим задачи, где используются свойства арифметических прогрессий.

**II. Актуализация знаний, устная работа.**

Последовательность ($х\_{n}$ ) задана формулой: $х\_{n}$ =$n^{2}$ . Какой номер имеет член этой последовательности, если он равен 144? 225? 100? Являются ли членами этой последовательности числа 48? 49? 168?

О последовательности ($u\_{n}$ ) известно, что $u\_{n}=2$. $u\_{n+1}=3u\_{n}+1$ Как называется такой способ задания последовательности? Найдите первые четыре члена этой последовательности.

О последовательности ($a\_{n}$) известно, что $a\_{n}$= (*n*-1)*(n*+4). Как называется такой способ задания последовательности? Найдите *n*, если $a\_{n}$ = 150

**III. Изучение нового материала.**

Прогрессия - последовательность величин, каждая следующая из которых находится в некоей, общей для всей прогрессии, зависимости от предыдущей.

Термин "прогрессия" имеет латинское происхождение (progression, что означает "движение вперед") и был введен римским автором Боэцием (VI в.). Этим термином в математике прежде именовали всякую последовательность чисел, построенную по такому закону, который позволяет неограниченно продолжать эту последовательность в одном направлении. В настоящее время термин "прогрессия" в первоначально широком смысле не употребляется. Только два важных частных вида прогрессий - арифметическая и геометрическая - сохранили свои названия.

Рассмотрим последовательности чисел:

• 2, 6, 10, 14, 18, :.

• 11, 8, 5, 2, -1, :.

• 5, 5, 5, 5, 5, :.

Чему равен третий член первой последовательности? Последующий член? Предыдущий член? Чему равна разность между вторым и первым членами? Третьим и вторым членами? Четвертым и третьим? Аналогично работаем со следующими двумя последовательностями. Делаем вывод, что каждая последовательность построена по определенному закону(разность между числами одна и та же).

Если последовательность построена по одному закону, сделайте вывод, какой будет разность между шестым и пятым членами первой (второй, третьей) последовательности? Между седьмым и шестым?

Назовите два последующих члена каждой последовательности. Почему Вы так считаете?

(Ответы учеников)

Каким общим свойством обладают эти последовательности? Сформулируйте это свойство.

(Ответы учеников)

Числовые последовательности, обладающие этим свойством, называются арифметическими прогрессиями. Предложить учащимся самим попробовать сформулировать определение.

**Определение арифметической прогрессии:** арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом: ($a\_{n}$) - арифметическая прогрессия, если $a\_{n}$ = $a\_{n+1}+d$, где $d-$ некоторое число.

Число$ d$, показывающее, на сколько следующий член последовательности отличается от предыдущего, называется разностью прогрессии:$ d=$ $a\_{n+1}$ - $a\_{n}$

Давайте еще раз посмотрим на последовательности и поговорим о различиях. Какие особенности есть у каждой последовательности и с чем они связаны?

(Ответы учеников)

Если в арифметической прогрессии разность положительна $d>0$, то прогрессия является возрастающей: 2, 6, 10, 14, 18,…: ($d=4)$

Если в арифметической прогрессии разность отрицательна $d<0$, то прогрессия является убывающей: 11, 8, 5, 2, -1,..: ($d= -3)$

В случае, если разность равна нулю ($d= 0$) и все члены прогрессии равны одному и тому же числу, последовательность называется стационарной: 5, 5, 5, 5,… :

Как задать арифметическую прогрессию? Рассмотрим следующую задачу.

Задача. На складе 1 числа было 50 тонн угля. Каждый день в течение месяца на склад приходит машина с 3 тоннами угля. Сколько угля будет на складе 30 числа, если в течение этого времени уголь со склада не расходовался.

Если выписать количество угля, находящегося на складе каждого числа месяца, получим арифметическую прогрессию (50, 53, 56, 62,…). Как решить эту задачу? Неужели придется складывать количество угля за все 30дней месяца? Можно ли как-то обойтись без этого? Заслушиваю ответы учащихся. Выясняем, что до 30 числа на склад придет 29 машин с углем, на каждой машине 3 тонны и делаем вывод. Таким образом, 30 числа на складе будет 50+3$∙$29=137 тонн угля.

Итак, зная только первый член арифметической прогрессии и разность, мы можем найти любой член последовательности. Всегда ли это так?

Проанализируем, как зависит каждый член последовательности от первого члена и разности:

 

 

 

………………….



Таким образом, мы получили формулу *n*-ого члена арифметической прогрессии.

Пример 1. Последовательность ($с\_{n}$) - арифметическая прогрессия. Найдите $c\_{91}$, если $c\_{1}=15$ и $d=4$.

Воспользуемся формулой *n*-ого члена $c\_{n}=c\_{1}+d(n-1)$,

 $c\_{91}=$15+ 4$∙90$ = 375 .

Ответ: 375

Рассмотрим следующую задачу:

В арифметической прогрессии четные члены оказались затерты: 3, :, 7, :, 13: Можно ли восстановить утраченные числа?

Учащиеся, скорее всего, догадаются, как найти пропущенные числа. Тогда можно предложить им найти зависимость между неизвестным членом последовательности, предыдущим ему и последующим.

Решение: Воспользуемся тем, что в арифметической прогрессии разность между соседними членами постоянна. Пусть $a\_{n}$- искомый член последовательности, предыдущий член - $a\_{n-1}, а последующий- a\_{n+1}$. Тогда $a\_{n}$ - $a\_{n-1}$ = $a\_{n+1}$ - $a\_{n} , 2a\_{n}$ = $a\_{n-1}$ + $a\_{n+1},$

$a\_{n}$= $\frac{a\_{n-1} + a\_{n+1}}{2}$.

Замечание: Данное свойство арифметической прогрессии является ее характеристическим свойством. Это означает, что **в любой арифметической прогрессии каждый член, начиная со второго равен среднему арифметическому предыдущего и последующего** $ членов a\_{n}$**=** $\frac{a\_{n-1} + a\_{n+1}}{2}$**.**

 И, наоборот, любая последовательность, в которой каждый член, начиная со второго равен среднему арифметическому предыдущего и последующего, является арифметической прогрессией.

**IV. Первичное закрепление.**

№ 575 а б - устно

№ 576 а *б д* - устно

№ 577б - самостоятельно с проверкой

Последовательность $c\_{n}$ - арифметическая прогрессия. Найдите $c\_{21}$, если $c\_{1}=5,8$ и d = -1,5

Воспользуемся формулой *n*-ого члена  

Ответ: -24,2.

№ 580 а

Найдите 23-й и *n*-ый члены арифметической прогрессии -8; -6,5; :

Решение: Первый член арифметической прогрессии равен -8. Найдем разность арифметической прогрессии, для этого надо из последующего члена последовательности вычесть предыдущий: -6,5-(-8)=1,5.

Воспользуемся формулой n-ого члена: 

 

 

 

Ответ: 25.

№584 а

Найдите первый член арифметической прогрессии (*xn*), если *x30* =128, *d* = 4

Решение. Воспользуемся формулой n-ого члена, записав ее для тридцатого члена последовательности*: x30 = x1+ d(n - 1)*

Подставив известные значения, получаем: 128 = *x1+* 4\*29

 ,

.

Ответ: 12.

Задача. Числовая последовательность задана формулой *an = 3+5n, n =1,2,3…*

Является ли эта последовательность арифметической прогрессией? Дать учащимся время на обдумывание решения и заслушать ответы.

Решение.

1-й способ. Поскольку *an+1=3+5(n+1)=3+5n+5=an+5*, при всех значениях *n*, то последовательность является арифметической прогрессией по определению. Из полученной формулы *an+1=an+5* получаем,что разность этой прогрессии равна 5.

2-й способ. Если последовательность является арифметической прогрессией, то должно выполняться характеристическое свойство: *an* = $\frac{a\_{n-1} + a\_{n+1}}{2}$.

, , . Выполнив преобразования в обратную сторону для любого *n*, получаем, что данная последовательность является арифметической прогрессией.

Ответ: является.

**Замечание:** Любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой *an=kn+b*, где *k* и *b* - некоторые числа.

**Задача:** Седьмой член арифметической прогрессии равен 1 и равен разности между четвертым и вторым членами. Найти первый член прогрессии.

Решение. По условию *x7*= 1, *x4 – x2*= 1.Заметим, что *x4 – x2* = 2*d*, откуда *d* = 0,5

По формуле *n*-ого члена *x7 = x1*+0,5\*6 , откуда *x1* = -2

Ответ: -2.

**V. Подведение итогов урока. Выставление отметок за урок**

Вспомним начало нашего урока. Удалось ли за сегодняшний урок узнать что-то новое, сделать какие-то открытия? А какие цели урока мы ставили перед собой? Как вы считаете, нам удалось достигнуть поставленных целей?

**Домашнее задание.**

Пункт 25, № 578а, № 580б, №582, №586а, №601а.

Творческое задание для сильных учеников: Докажите, что в арифметической прогрессии для любых номеров, таких что k< n, выполняются равенства  и** .

Спасибо за урок, ребята. Вы сегодня хорошо потрудились.