# "Типология и методология решения задач на преобразования выражений в школьном курсе математики"

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Цель данного курса — проработать выполнение заданий на тождественные преобразования тригонометрических, иррациональных, показательных и логарифмических выражений, поскольку они встречаются в ЕГЭ как в качестве отдельных заданий, так и используются для решения уравнений и неравенств, входящих в задания с развернутым ответом, так же комбинированных заданий. Для решения задач на преобразование и упрощение выражений требуется достаточно хорошо знать правила преобразования алгебраических выражений и тригонометрические формулы (уметь применять их как по одной, так и в комплексе).

Курс - разбор основных методов решения различных выражений, практикумы, видео-лекции, итоговое тестирование, справочный материал. Старшеклассники и студенты успешно апробируют данный курс по мере изучения тем, включенных в данный курс.

Работа на данной платформе подразумевает работу самостоятельно, так как, в курсе имеется разбор примеров, ответы на тесты, практикумы с готовыми ответами, формулы.

Использование материала курса при подготовке значительно повысило качество знаний моих обучающихся, которые заинтересованы в высоком балле по математике.

**1. Иррациональные выражения.**

**Пример 1.**

Вычислить: .

*Решение:*

=. Ответ: 12

**Пример 2.**

Найти значение выражения , если .

*Решение:*

При .

Ответ: 7,3

**Пример 3. Прием: Выделение полного квадрата**

Найти значение выражения .

*Решение:*

= +=

(при х = 4,198 ). Ответ: 4

**Пример 4.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

. Ответ: – 2.

 **Пример 5.**

Найти значение выражения: .

*Решение:*

Ответ: 3

**Пример 6.**

Найти значение выражения: .

*Решение:*

Ответ: 0,25.

**Пример 7.**

Найти значение выражения:

*Решение:*

Ответ: 0,5

**1.2. Практикум «Иррациональные выражения»**

Задания для самостоятельного решения.

1) Вычислить: .

2) Найти значение выражения: .

3) Упростить выражение: .

4) Найти значение выражения: .

5) Найти значение выражения: .

6) Найти значение выражения:

7) Вычислите: .

8) Найдите значение выражения 

 при а = 262,262

**1.3. Ответы к практикуму «Иррациональные выражения»**

**Ответы:**

1) 20; 2) 4,5; 3) 2; 4) 6: 5) 1; 6) 0,25; 7) 2; 8) – 22.

**1.4. Итоговый зачет «Преобразование иррациональных выражений»**

1. Найдите значение выражения , если .
2. Найдите значение выражения .
3. Найдите значение выражения .
4. Найдите значение выражения .
5. Найдите значение выражения .
6. Найдите значение выражения , если .
7. Найдите значение выражения .
8. Найдите значение выражения .
9. Найдите значение выражения .
10. Найдите значение выражения .
11. Вычислите: .
12. Вычислите: .
13. Вычислите: .
14. Вычислите: .
15. Вычислите: .
16. Найдите значение числового выражения: 
17. Упростите выражение  и найдите его значение при *m = 3,5; n = 8,4.*
18. Вычислите значение выражения .
19. Упростите выражение  и найдите его значение при *m = 16*.
20. Вычислите значение выражения .
21. Упростите выражение  и найдите его значение при *а = 25*.
22. Вычислите значение выражения .

**1.5. Ответы к итоговому зачету «Преобразования иррациональных выражений»**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Ответ | 2 | 3 | 2 | 3 | 10 | 4 | 2 | 4 | 2 | 2 | 2 | -36 | -2 | 12 | -6 | 16 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 |
| Ответ | 4,9 | 2 | 5 | 7,5 | 1 | 4 |

**2. Показательные и логарифмические выражения.**

**Пример 1.**

Найти значение выражения: (.

Решение:

(.

Ответ: 14.

**Пример 2.**

Найти значение выражения: .

Решение:

.

Ответ: 91.

**Пример 3.**

Найти значение выражения: .

Решение:

.

Ответ: 16.

**Пример 4.**

Вычислить: .

Решение:

.

Ответ: – 1,7.

**Пример 5.**

Вычислить: .

Решение:

Ответ: 8,5

**Пример 6.**

Найти значение выражения: .

Решение:

 .

Ответ: 6.

**Пример 7.**

Найти значение выражения: , если

Решение:

 .

Ответ: – 12,5.

**Пример 8.**

Вычислить значение выражения: .

Решение:

 .

Ответ: 14.

**Пример 9.**

Вычислить значение выражения: .

Решение:

 .

Ответ: – 2.

В рассмотренных ниже примерах будет использоваться свойство:

**При любых  выполняется равенство:**

**Пример 10.**

Вычислить: 

*Решение:*



Ответ: 1.

**Пример 11.**

 Вычислить: 

*Решение:*



Ответ: 1.

**2.1. Тренажер**

**Тренажер «Логарифмические выражения»**

1. Найдите значение выражения .
2. Найдите значение выражения .
3. Найдите значение выражения .
4. Найдите значение выражения .
5. Найдите значение выражения ![104{{\log }_{3}}\sqrt[8]{3}]().
6. Найдите значение выражения 
7. Найдите значение выражения 
8. Найдите значение выражения .
9. Найдите значение выражения .
10. Найдите значение выражения .
11. Найдите значение выражения .
12. Найдите значение выражения .
13. Найдите значение выражения .
14. Найдите значение выражения .
15. Найдите значение выражения .
16. Найдите значение выражения .
17. Найдите значение выражения .
18. Найдите значение выражения .
19. Найдите значение выражения .
20. Найдите значение выражения .
21. Найдите значение выражения .
22. Найдите значение выражения .
23. Найдите значение выражения .
24. Найдите значение выражения .
25. Найдите значение выражения .
26. Найдите значение выражения .
27. Найдите значение выражения .
28. Найдите значение выражения ![{{\log }_{\sqrt[6]{13}}}13]().

**2.2. Практикум «Показательные и логарифмические выражения»**

Задания для самостоятельного решения.

1) Вычислить .

2) Вычислить: .

3) Вычислить: .

4) Найти значение выражения: .

5) Найти значение выражения: .

6) Найти значение выражения: (2.

7) Вычислить: 6.

8) Найти значение выражения: , если .

9) Вычислить значение выражения: .

10) Найти значение выражения: .

**2.3. Ответы к практикуму «Показательные и логарифмические выражения»**

Ответы:

1) – 2; 2) – 2,1; 3) – 2; 4) 67; 5) 171; 6) 18; 7) 25; 8) – 9,5; 9) 6; 10) – 1.

**2.4. Зачет «Преобразования логарифмических выражений»**

1. Вычислите: .
2. Вычислите: .
3. Вычислите: .
4. Найдите значение выражения , если .
5. Вычислите значение выражения .
6. Вычислите значение выражения , если .
7. Вычислите значение выражения , если .
8. Вычислите значение выражения .
9. Вычислите значение выражения .
10. Упростите выражение .
11. Вычислите значение выражения .
12. Вычислите значение выражения .

**2.5. Ответы к зачету «Преобразования логарифмических выражений»**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Ответ | -5,5 | 4 | 7 | 3 | 5 | 1 | 1 | 4 | 2 | 1 | 5 | 1,6 |  |  |  |  |

**3. Дополнительные материалы**

**3.1. Тест Иррациональные выражения**

1. Упростите выражение: .

 *1) ; 2)* *; 3) b; 4)* .

2.Упростите выражение **

 *1)* *; 2) 6а5; 3)* *; 4)* .

3. Упростите выражение . *1) ; 2) 1; 3) ; 4) .*

4. Упростите выражение: .

 *1)4; 2) 2; 3) -4; 4)*.

5. Упростите выражение: .

 *1)3**; 2) 9а15* *; 3) 3а12; 4) 3а6*.

6.Упростите выражение 

*1) 4аb2c3; 2) -4аb2c3; 3) 16аb2c3; 4) 2аb2c3.*

7. Упростите выражение 

 *1)  2) 2ab; 3) 2a3b; 4) 2ab3.*

8. Упростите для отрицательного *а* выражение 

*1) 6**; 2) 6а; 3) 12а; 4) 12*.

9. Упростите выражение  *. 1) ; 2) 3) b; 4) .*

10. Упростите выражение .

 *1) ; 2) ; 3) а4; 4) .*

11. Вычислите 

 1)  2)  3) 6 4) - 6

12. Упростите выражение .

 *1) ; 2) +4; 3) ; 4) y.*

13**.** Упростите выражение 

*1) 8; 2) 5; 3)  ; 4) .*

14. Упростите выражение 

 *1) 4m2; 2) 2m; 3) 2**; 4) 2m3.*

15. Упростите для отрицательного *а* выражение .

 *1) -2а3; 2) 4а-3; 3) 4а3; 4) -4а6.*

16. Упростите выражение 

 *1) 2* *2) 4m3; 3) 2m2; 4) 8m.*

17.Вычислите  *0,3··· +0,1.*

*1) 9,1; 2) 2,9; 3) 89,9; 4) 8,9.*

18. Упростите выражение .

 *1) 5n; 2)5·; 3) 5·; 4) 5 2nk ·ak(n+1).*

19. Упростите выражение *a·.*

 *1) ; 2) ; 3) ; 4) 3a.*

20.Упростите выражение *.*

 *1) 32a; 2) ; 3) ; 4) .*

21. Упростите выражение  .

 *1) 2a17; 2)0,5·a15; 3) a19 ; 4) a15.*

22. Упростите выражение .

 *1) 1; 2) 9; 3) -1; 4) .*

23.Упростите выражение , если *а<0, b>0, c<0.*

*1) 4аb2c; 2) -4аb2c; 3) 4аb2c12; 4) 4а2 bc.*

24. Упростите выражение  , если *х < 0.*

 *1) 4х; 2) 2х; 3) -4х; 4) 4х2.*

25. Сократите дробь :

 1)  2)  3)  4) 

26. Сократите дробь :

 1)  2)  3)  4) 

27. Вычислите: . 1) 2 2) 9 3) 6 4) 3

28. Вычислите: . 1) -6 2) 0,6 3) -0,6 4) -3

29. Упростите выражение .

 1)  2)  3)  4) 

30. Упростите выражение .

 1)  2)  3)  4) 

31. Упростите выражение .

 1)  2)  3)  4) 2

32. Упростите выражение .

 1)  2) 1 3)  4) 3

33. Упростите выражение .

 1) 0,5 2) 0,4 3) 1 4) 0,2

34. Вычислите: . 1) 6 2) 2 3) 12 4) 24

35. Упростите выражение .

 1) 2 2)  3) 1 4) 

**3.2. Ответы теста «Преобразование иррациональных выражений»**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Ответ | 1 | 4 | 4 | 2 | 4 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 3 | 1 | 2 | 3 | 2 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| Ответ | 1 | 3 | 3 | 4 | 2 | 4 | 2 | 1 | 4 | 1 | 2 | 3 | 1 | 3 | 1 | 3 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 33 | 34 | 35 |
| Ответ | 2 | 3 | 1 |

3.3. **Тест «Логарифмические выражения»**

1.Найдите значения выражения *log3(9b),* если *log3b = 5.*

 *1) 25; 2) 10; 3) –8; 4) 7.*

2. Укажите значение выражения  *log575 + log5(25)-1.*

*1) 1; 2) log53; 3)  4) 0.*

3. Вычислите: .

 *1) 5; 2) 3; 3) 6; 4) 4.*

4. Найдите значение выражения  *log12·log14.*

 *1); 2) ; 3) 4; 4) 2.*

5. Найдите значение выражения .

 *1) 10,6; 2) 22,6; 3) 62,6; 4) 142,6.*

6.Найдите значения выражения  *log2,* если *log2b = 3.*

 *1) 1; 2) -7; 3) –1; 4) 7.*

**7**. Укажите значение выражения *log250 - 2log25.*

*1) 20; 2) 1; 3) log230; 4) 8log25.*

8. Упростите выражение 

 *1) 32; 2) 15; 3) 4; 4) 9.*

9. Вычислите  *log432 + log4*.

 *1) 2; 2) 1; 3) 4; 4) -2.*

10. Вычислите: *log8128 + log416.*

 *1) 8; 2) 12; 3) 6; 4) 4*.

11. Найдите значение выражения *log39 –log927.*

 *1) ; 2) -; 3) -1; 4) 1.*

12.Найдите значения выражения *log3m + log3n*, если *log3 (3mn) = 3,5.*

 *1) -2,5; 2) 10,5; 3) 4,5; 4) 2,5.*

13. Найдите значение выражения , если *log4 a3=9.*

 *1) 2; 2)3; 3) 1; 4) 9*.

14. Найдите значение выражения .

 *1) 4; 2) 11; 3) 76; 4) 16*.

15. Найдите значение *ln 10k,* если *lg e = n.*

 *1) ; 2) kn ; 3) nk; 4) .*

16. Найдите значение выражения *5lgπ ·2lgπ.*

 *1) π; 2) 7lgπ; 3) πln10; 4) πlg e*.

17. Найдите значение выражения *.*

 *1) -2; 2) -8; 3) 16; 4) 27*.

18. Найдите значение выражения .

 1) 0 2) 5 3) 2 4) 47

19. Найдите значение выражения .

 1) 3 2) 4 3) 8,5 4) -8,5

20. Найдите значение выражения .

 *1) 3; 2) 5; 3) 11; 4) 125*.

21. Найдите значение выражения .

 *1) 2; 2) log6 3+3; 3) ; 4) log2 3*.

22. Найдите значение выражения .

 1)  2) 6 3) 2 4) 1

23. Найдите значение выражения .

 *1) 2 2)  3) 1 4) *

24. Найдите значение выражения .

 *1) 9 2) 6 3) 27 4) 3*

25. Найдите значение выражения .

 *1) 7 2) 49 3) 14 4) 35*

26. Найдите значение выражения .

 *1) 2,5 2) 40 3) 4 4) 10*

27. Найдите значение выражения .

 *1) 3 2) 5 3) 13 4) 25*

28. Найдите значение выражения .

 *1) 2,5 2) 1,5 3) 4 4) 0*

29. Найдите значение выражения .

 *1) 3,4 2) 2,6 3) 5,5 4) 0,5*

30. Найдите значение выражения .

 *1) -1 2) -2 3) 0,5 4) 1*

31. Найдите значение выражения .

 *1) 0 2) 1 3)  4) 3*

32. Найдите значение выражения .

 *1)  2) 25 3) 64 4) *

33. Найдите значение выражения .

 1) 3 2) 6 3) 2 4) 1

34. Найдите значение выражения .

 1) 1 2) 4 3) 2 4) 0,5

35. Вычислите: 

 1) 3 2) 1,5 3) 2,5 4) 0,5

**3.4. Ответы к тесту «Логарифмические выражения»**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| Ответ | 4 | 2 | 1 | 1 | 4 | 3 | 2 | 4 | 1 | 4 | 1 | 4 | 1 | 1 | 1 | 1 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 |
| Ответ | 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 3 | 4 | 1 | 2 | 4 | 1 | 4 | 4 | 2 | 2 | 2 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № вопроса | 33 | 34 | 35 |
| Ответ | 1 | 4 | 2 |

 **3.5. Тест Преобразование степенных и иррациональных выражений**

**Тест 1**

**Преобразование степенных и иррациональных выражений**

**Вариант № 1**

А1. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)  | 4)  |

А2. Вычислите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 1 | 2) 2 | 3)  | 4)  |

А3. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)  | 4)  |

А4. Вычислите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 4 | 2) 3 | 3) 2 | 4) 1 |

А5. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3) 11 | 4) - |

А6. Найдите значение выражения , при b= 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)   | 4) 5 |

А7. Найдите значение выражения , при a=625, b=16

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 6 | 2) 7 | 3) 2 | 4) 12 |

А8. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)  | 4)  |

А9. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)  | 4)  |

А10. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)  | 4)  |

В1. Вычислите 

В2. Вычислите 

В3. Вычислите 

В4. Вычислите 

В5. Найдите значение выражения , при 

С1. Вычислите 

С2. Найдите значение выражения  при х = - 1,1 - 

**Тест 1**

**Преобразование степенных и иррациональных выражений**

**Вариант № 2**

А1. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 9,9 | 2) 3,9 | 3) 6 | 4) 19,9 |

А2. Вычислите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 2 | 2) 3 | 3) 3,5 | 4)  |

А3. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 29 | 2)  | 3)  | 4)  |

А4. Вычислите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 5 | 2) 1 | 3) 2 | 4) 8 |

А5. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3) 33 | 4) - |

А6. Найдите значение выражения ,при 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 0 | 2) 1 | 3) 2 | 4) 4 |

А7. Найдите значение выражения , если 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 3,5 | 2) 2 | 3) -3 | 4) -12 |

А8. Вычислить  при х = 216, у = 27.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1) 1 | 2) 2 | 3) 3 | 4) 4 |

А9. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)  | 4)  |

А10. Упростите 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1)  | 2)  | 3)  | 4)  |

В1. Вычислите 

В2. Вычислите 

В3. Вычислите 

В4. Вычислите 

В5. Найдите значение выражения , при y=5

С1. Вычислите 

С2. Найдите значение выражения 

при х = 1,1 - 

 **4. Преобразование тригонометрических выражений.**

**Алгоритм преобразований тригонометрических выражений.**

1. Постарайтесь пристально вглядеться в данное выражение, выделить особенности его структуры, увидеть формулы, которые бросаются в глаза.

2. Если выражение содержит разные тригонометрические функции одного аргумента, то попробуйте все функции выразить через одну или две тригонометрические функции. При этом тангенс или котангенс чаще всего (хотя и не обязательно) выражают через синус и косинус этого же угла.

3. Если в выражение входят тригонометрические функции разных аргументов, то попытайтесь свести все функции к одному аргументу.

4. Формулы приведения могут быть полезны для выражения тригонометрических функций через кофункцию.

5. Не забывайте о формулах сокращенного умножения: они могут иногда помочь при решении тригонометрического выражения.

6. Если в выражении нет нужного слагаемого, то его можно прибавить и сейчас же вычесть. Иногда полезно какое-то слагаемое представить в виде суммы двух или нескольких слагаемых. Наконец единицу бывает полезным представить в виде 1 = sin2 + cos2.

7. Если в выражении нет нужного множителя, то на него можно умножить и сейчас же разделить данное выражение (при условии, что этот множитель отличен от нуля).

8. Если в выражение входят степени тригонометрических функций, то можно обратиться к преобразованиям, понижающим степени. Они основываются на формулах:



9. Если в выражение входят тригонометрические функции разных аргументов, то можно обратиться к преобразованиям, понижающим аргумент. Они основываются на формулах:

**4.1. Зависимость между тригонометрическими функциями одного аргумента. Формулы приведения.**

**Пример 1.**

Найдите , если .

*Решение:*

Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством:

Так как , а в III четверти , то .

Тогда .

Ответ: –1

## Пример 2.

Найдите , если   и .

Решение:

Применяя формулу приведения, получим: , тогда .

Из основного тригонометрического тождества найдем , зная, что  и

 .

Так как , а в IV четверти , то .

Тогда .

Ответ: 1,8.

**Пример 3.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

Воспользуемся формулами приведения:

, , , .

Тогда

Ответ: – 1.

**Пример 4.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

Применив формулу и формулы приведения, получим:

.

Ответ: .

**Пример 5.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

Заменим и через и cos и раскроем скобки.

.

Ответ: 1.

**Пример 6.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

.

Ответ: 0.

**Пример 7.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

.

Ответ:

**4.2. Использование формул двойного аргумента и понижение степени.**

## Пример 1.

Найдите , если .

Решение:

Так как ,

то .

Тогда

Ответ: 6,44.

**Пример 2.**

Вычислить .

Решение:

Применяя формулу и так как , получим

=.

Ответ:

**Пример 3.**

Вычислить: .

*Решение:*

Используя формулу понижения степени , получим

.

Ответ: .

## Пример 3.

Найдите , если .

Решение:

Так как , то .

Поскольку , то

Ответ: 0,96.

**Пример 4.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

.

Ответ: .

**Пример 5.**

Упростить выражение: , где .

*Решение:*

=.

По условию , поэтому, т. е. принимает как положительные, так и отрицательные значения. Рассмотрим два случая:

1) , откуда =

2) , откуда =и

Ответ: при ; при .

**4.3. Использование формул сложения**

## Пример 1. Найти значение выражения:

## .

## Ответ:

## Пример 2. Найти значение выражения:

##

##  Решение:

##

##  .

## Ответ:

**Пример 3.**

Упростить выражение:

*Решение:*

Применяя формулы приведения и сложения, получим:

.

Ответ: .

**4.4. Введение вспомогательного аргумента**

## Пример.

## Вычислить

*Решение:*

Воспользуемся методом введения дополнительного угла, для этого умножим и разделим выражение на  .

Ответ:

**4.5. Использование формул преобразования суммы и разности в произведение**

**Пример 1.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

Применяя формулы приведения, разности косинусов, суммы синусов и синуса двойного угла, получим:

.

Ответ: .

4.**6. Использование формул преобразования произведения тригонометрических функций в сумму (или разность)**

## Пример 1.

## Вычислить: .

Решение:

## .

## Ответ:

**Пример 2.**

Упростить выражение: .

*Решение:*

*.*

Ответ: .

**4.7. Нахождение тригонометрических выражений с использованием дополнительных условий**

## Пример 1.

Найдите , если .

Решение:

Из основного тригонометрического тождества следует:

Откуда

Произведем преобразования в равенстве из условия:

Тогда

Ответ: 0,2.

## Пример 2.

Найдите , если .

Решение:

При условии  имеем: =–1

Ответ: -1.

## Пример 3.

## Найдите значение выражения: .

Решение:

Из условия находим и .

Ответ: – 7,5

**4.8. Нахождение свойств тригонометрических функций**

## Пример.

Найти множество значений функции: .

Решение:

Следовательно Е(=, Е()=,

Е(у) = .

Ответ:

**4.9. Тест «Преобразование тригонометрических выражений»**

**Вариант 1**

А1. Найдите значение выражения: *tg 210o*

*1)  2)  3) 1 4) –1*

 А2. Вычислите: **

1) ** 2) ** 3) 0,5 4) **

А3. Вычислите: **

1) ** 2) *0,5* 3) ** 4) *0*

А4. Упростите выражение: **

1)  2)  3) 4) *1*

А5. Упростите выражение: *.*

 1)  2)  3) *0;*  4) *.*

А6. Вычислите: **

1) *0* 2) *-1* 3) *2* 4) *1*

А7. Найдите значение выражения: **

1) *1* 2) *2* 3) *0* 4) *-1*

А8. Упростите выражение: *.*

1)  2)  3) *;* 4) 

А9. Найдите значение выражения: 

 1)  2) *7* 3) *-7* 4) 

А10. Найдите значение выражения: 

1) *0,25* 2) *4 или 0,25* 3) *-0,25* 4) *4*

**Вариант 2**

А1.Упростите выражение *7cos2α – 5+7sin2α.*

*1) 1 + cos2α; 2) 2; 3) –12; 4) 12.*

А2. Найдите значения выражения *cos2α - sin2α ,* если *tgα=2.*

*1) 1; 2) -1; 3); 4) .*

А3. Упростите выражение *6,8 + 2cos2x,* если *sinx =.*

 *1) 8,3; 2) 7,8; 3) 6,8; 4) 9,3.*

А4. Вычислите: 

 *1) 3; 2) 3; 3) 1,5; 4) .*

А5.Упростите выражение *6cos2α – 5 –3cos2α.*

 *1) 1; 2) 2; 3) –2; 4) –5.*

А6. Упростите выражение 

 *1) -20,6; 2) -16,4; 3) -19,4; 4) 6cos2α-22,4.*

А7. Упростите выражение *7,4 - tg2α,* если *cosα=.*

 *1) 17,4; 2) 4,4; 3) -0,6; 4) -2,6*.

А8. Упростите выражение , если *tg x = 4.*

*1) 5; 2) 10; 3) 17; 4) 34*.

А9. Найдите значение выражения

*sinα·cos-2sin+cosα·sin*  при *α = .*

 *1) ; 2) 1+; 3) ; 4) .*

А10. Упростите выражение: , если  .

*1) 2; 2) 4; 3) 1; 4) 2tg2 α.*

**4.10. Ответы к тесту «Преобразование тригонометрических выражений»**

Ответы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Вариант | А1 | А2 | А3 | А4 | А5 | А6 | А7 | А8 | А9 | А10 |
| 1 | 1 | 4 | 4 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 2 | 2 | 4 | 1 | 4 | 3 | 3 | 3 | 4 | 2 | 2 |

**4.11. Практикум «Преобразование тригонометрических выражений»**

## Пример 1. Найдите значение выражения:

1) ; **2) ; 3)**

## 4); 5)  ; 6)

## 7)  , если ; 8)

## Пример 2. Найти значение выражения:

##

##

##

## 4) ; 5) ; 6) *;* 7) cos; 8) cos15

## 9) ,

## Пример 3. Найти значение выражения:

## 1); 2)

3) sin

4) , если tg

## 5) .

**Пример 4.** Упростить выражения:

1) ; 2) ;

3) ; 4) .

**Решение заданий практикума**

**Пример 1**

## Решение:

1) Воспользуемся [формулами приведения](http://egemaximum.ru/formuly-privedeniya/), для чего прежде представим иначе :

 . Тогда

  на круге располагаются здесь:



 Название функции не меняем, знак ставим «–», так как косинус угла III четверти

 отрицателен:



 Ответ: -16.

2) Применяем [формулы приведения](http://egemaximum.ru/formuly-privedeniya/) ко второму слагаемому знаменателя:

 Поэтому, =1

 замечая в знаменателе [основное тригонометрическое тождество](http://egemaximum.ru/trigonometricheskie-formulyi/).

 Тогда = .

 Ответ: -44.

3) К числителю применяем [формулу двойного угла для синуса](http://egemaximum.ru/trigonometricheskie-formulyi/):

 Получаем:

 Ответ: 129.

4) К числителю применяем [формулу двойного угла для косинуса](http://egemaximum.ru/trigonometricheskie-formulyi/):

 Получаем:

 Ответ: -7.

5) Применяем к знаменателю (можно и к числителю) [формулы приведения](http://egemaximum.ru/formuly-privedeniya/):

 Ответ: 18.

6) Пользуясь [формулами приведения](http://egemaximum.ru/trigonometricheskiy-krug/),

 Тогда

 Ответ: -63.

7) Воспользуемся формулой двойного угла для косинуса:

 Тогда

 Ответ: 22.

8)

 Ответ: 12.

**Пример 2**

## Решение:

##

##

##

## 4)

## 5)

## 6)

## 7) *cos*

## 8) cos15

## 9) =

## Пример 3.

## Решение:

## 1)

2)

3) sin =

 = 2 = 2cos7 = 2cos7=

 = = = = = cos7

4) В данном выражении представим число 3 в виде  и затем разделим

 числитель и знаменатель на

 = = = = 8,5

5)

 Из условия находим и

**Пример 4.**

## Решение:

1)

2) .

3) =.

4) .

 Ответ: .

**4.12. Тренажер «Преобразование тригонометрических выражений»**

**1 часть**

1) Найти

2) Вычислите , , если

3) Вычислите .

4) Найти значение выражения

5) Найти значение выражения

6) Найти значение выражения

7) Найти 16

8) Найти значение выражения

9) Найти значение выражения , если

10) Вычислить

11) Найти значение выражения

12) Вычислить

13) Вычислить

14) Вычислить

15) Вычислить

16) **.**

17) Найти множество значений функции: .

**2 часть**

1) Упростите выражение

2) Упростить выражение:

3) Упростить выражение: .

4) Упростить выражение: .

5) Упростить выражение: .

6. т: 0 - 1 ного угла, получим:ости косинусов и ) Упростить выражение: .

7) Упростить выражение: .

8) Упростить выражение:

**Ответы к самостоятельной работе**

**1 часть**

1) – 0, 75; 2) 120/169, -119/169, -120/119, -119/120;  3) 4) – 2; 5) – 5; 6) – 22; 7) – 8; 8) 2; 9) ; 10) 0,5; 11) 12; 12) 0,8; 13) 2; 14) – 2,25; 15) 16) – 4,5; 17)

**2 часть**

1) 1; 2) – 1; 3) ; 4) ; 5) ; 6) ; 7) ; 8) – 1

**4.13. Справочный материал**

**1. Перевод радиан в градусы и градусы в радианы**

**Перевод радиан в градусы и градусы в радианы**

 На тригонометрическом круге  помимо углов  в градусы мы наблюдаем **радианы**.



Радиан определяется как угловая величина дуги, длина которой равна её радиусу. Соответственно, так как длина окружности равна 2ПR, то очевидно, что в окружности укладывается 2П радиан, то есть 360радиан.



1 рад ≈ 57,295779513° ≈ 57°17′44,806″ ≈ 206265″.

Все знают, что П радиан –  это 180. Радиан определяется как угловая величина дуги, длина которой равна её радиусу. Соответственно, так как длина окружности равна , то очевидно, что в окружности укладывается радиан, то есть радиан.



1 рад ≈ 57,295779513° ≈ 57°17′44,806″ ≈ 206265″.

Так вот, например, . Так, мы **научились переводить радианы в углы**.

Теперь наоборот, **давайте переводить градусы в радианы**.

Допустим, нам надо перевести в радианы. Нам поможет [пропорция](http://egemaximum.ru/?p=2843). Поступаем следующим образом:

Так как, 180радиан, то заполним таблицу:



Откуда

**Тренируемся находить  значения  синуса и косинуса по кругу**

Давайте еще уточним следующее.

Ну хорошо, если нас просят вычислить, скажем, , – здесь обычно путаницы не возникает – все начинают первым делом искать 30на круге.

**1) Давайте договоримся раз и навсегда!** То, что стоит после sin или cos – это аргумент=угол, а  **углы у нас располагаются** **на круге, не ищите их на осяx!** (Просто отдельные точки попадают и на круг, и на ось…) А сами значения синусов и косинусов — ищем на осях!

**2) И еще!**Если мы от точки «старт» отправляемся **против часовой стрелки** (основное направление обхода тригонометрического круга), **то мы откладываем положительные значения углов**, значения углов растут при движении в этом направлении.

Если же мы от точки «старт» отправляемся **по часовой стрелке, то мы откладываем отрицательные значения углов.**

**2. Тригонометрический круг у вас в руках**

**Тригонометрический круг — у вас в руках**

 Вы же уже поняли, что главное — запомнить значения тригонометрических функций первой четверти. В остальных четвертях все аналогично, нужно лишь следить за знаками.

А «цепочку-лесенку»  значений тригонометрических функций, вы, надеюсь уже не забудете.

